



KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH
GESELLSCHAFT MIT BESCHRÄNKTER HAFTUNG
Zentralinstitut für Reaktorexperimente

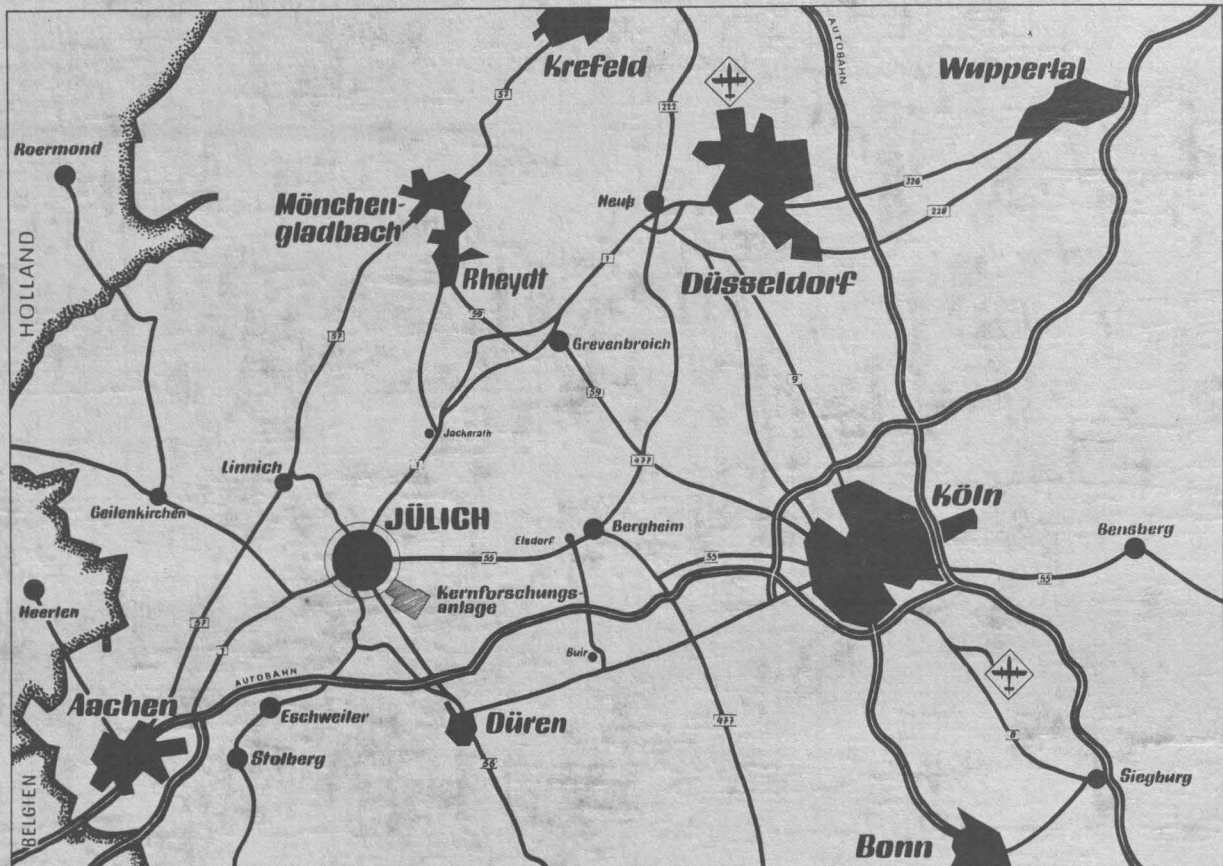
**Einfluß der nuklearen Aufheizung auf
die Ausbildung von Temperaturfeldern
und das thermische Verhalten
von Kernreaktoreinschüben**

von

Friedrich Stelzer

Jül - 717 - RX
Dezember 1970

Als Manuskript gedruckt



Berichte der Kernforschungsanlage Jülich – Nr. 717
 Zentralinstitut für Reaktorexperimente Jül – 717 – RX

Dok.: Reactors - Heating
 In-Pile Loops - Heating

Im Tausch zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich GmbH,
 Jülich, Bundesrepublik Deutschland

**Einfluß der nuklearen Aufheizung auf
die Ausbildung von Temperaturfeldern
und das thermische Verhalten
von Kernreaktoreinschüben**

von

Friedrich Stelzer

D 82 (Diss. T. H. Aachen)

Inhalt

1. Einleitung
 2. Grundlagen
 - 2.1 Wärmetechnische Grundlagen
 - 2.2 Kernphysikalische Grundlagen
 - 2.2.1 Rechenverfahren zur Bestimmung der Materialaufheizung
 - 2.2.2 Meßverfahren zur Bestimmung der Materialaufheizung
 - 2.2.2.1 Das isotherme Kalorimeter
 - 2.2.2.2 Das adiabatische Kalorimeter
 - 2.2.2.3 Ionisationskammermessungen
 3. Aufgabenstellung
 4. Entwicklung von Rechenverfahren
 - 4.1 Direkte Probleme
 - 4.1.1 Temperaturfelder in vorspringenden Körpern
 - 4.1.1.1 Rippen mit inneren Wärmequellen
 - 4.1.2 Temperaturfelder in vorspringenden Körpern bei inhomogen verteilten Wärmequellen
 - 4.1.3 Temperaturverlauf an einer Übergangsstelle zwischen Orten verschiedener Temperatur
 - 4.2 Ein inverses Problem
 - 4.2.2 Bestimmung der spezifischen Wärmeleistung aus Meßwerten eines Bestrahlungseinschubs
 - 4.3 Induktive Probleme
 - 4.3.1 Auslegung von Hochtemperaturrührern
 - 4.3.2 Nukleare Aufheizung als Kreislaufantrieb
 - 4.3.3 Halterungen für Tieftemperatureinrichtungen
 - 4.3.4 Erwärmung und Verdampfen einer nuklear beheizten Flüssigkeit als Funktion der Zeit
 5. Zusammenfassung
- Anhang
- Literatur

1. Einleitung

Die Temperaturfelder, die sich in Kernreaktoreinbauten ausbilden, weichen von den üblichen Temperaturfeldern ab. Die Abweichung ist eine Folge der Wärmefreisetzung in den Einbauten selbst, die ihre Ursache in Kernspaltungen oder in Wechselwirkungen zwischen den Atomen der Einbauten mit Gamma- und Neutronenstrahlung hat.

Die Entwicklung von Rechenverfahren, mit deren Hilfe man Aussagen z.B. über das Temperaturverhalten von Reaktoreinbauten machen kann, wird auf bekannten Grundlagen der Lehre von der Wärmeübertragung und der Kernphysik aufgebaut, wobei die kernphysikalischen Grundlagen zum Verständnis des Aufheizmechanismus der Einbauten erforderlich sind.

2. Grundlagen

2.1 Wärmetechnische Grundlagen

Das instationäre Temperaturfeld in einem wärmeleitenden Körper der Wärmeleitfähigkeit λ , der Dichte ρ und der spezifischen Wärmekapazität c folgt der Gleichung

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \nabla^2 \vartheta, \quad (1)$$

wobei ϑ die Temperatur und t die Zeit bedeuten. Sind im Körper innere Wärmequellen vorhanden, deren Ergiebigkeit wir durch die spezifische Wärmeleistung L kennzeichnen wollen, so wird das Temperaturfeld durch die Gl. beschrieben

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \nabla^2 \vartheta + \frac{L}{c}. \quad (2)$$

Im stationären Fall wird $\partial \vartheta / \partial t = 0$.

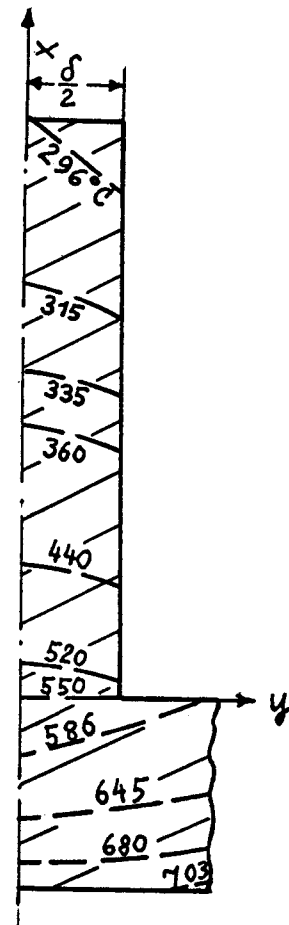
Die Differentialgl.(1) und (2) beschreiben das Temperaturfeld im Inneren ausgedehnter Körper.

Mit den Temperaturfeldern in vorspringenden Körpern, die über ihre Oberfläche Wärme mit der Umgebung austauschen, befaßt sich die Rippentheorie /1, 2, 3/. Das stationäre Temperaturfeld in einer zweidimensionalen Rippe (in der dritten kartesischen Koordinatenrichtung sei die Ausdehnung unendlich), die um die Temperaturdifferenz $\theta(x,y)$ über der Temperatur eines umgebenden Fluids liegt und mit diesem entsprechend dem Wärmeübergangskoeffizienten α im Wärmeaustausch steht, folgt der Diff.-Gl.

$$y \frac{d^2 \theta}{dx^2} + \frac{dy}{dx} \frac{d\theta}{dx} - \frac{\alpha}{\lambda} \theta = 0, \quad (3)$$

siehe Fig. 1.

Fig.1
In einer Rippe gemessene
Temperaturverteilung /4/



Falls das Rippenmaterial gut wärmeleitend ist und die Rippendicke δ klein gegenüber der Rippenhöhe h ist, macht man keinen großen Fehler, wenn man die Rippe eindimensional betrachtet. Gl.(3) vereinfacht sich dann für eine Rechteckrippe (Fig.1) zu

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{2\alpha}{\lambda\delta} \theta = 0. \quad (4)$$

Der Wärmeübergangskoeffizient α hängt von der Ausbildung der Strömungs- und Temperaturgrenzschicht ab. Die Grenzschichten sind am Rippenfuß dicker als an der Rippenspitze, so daß α für sehr genaue Rechnungen als Funktion von x einzuführen ist /5/, /6/. Im allgemeinen haben sich Rechnungen mit einem einheitlichen mittleren Wärmeübergangskoeffizienten für praktische Rechnungen als genügend genau erwiesen /6/.

2.3 Kernphysikalische Grundlagen

Mithilfe der Kernphysik ist es möglich, die Aufheizung von Materialien zu berechnen, die nuklearer Strahlung ausgesetzt sind.

Besonders hohe spezifische Wärmeleistungen werden im spaltbaren Material, also im Kernbrennstoff freigesetzt. Die Wärme-
produktion in nichtspaltbarem Material rührt aus Wechselwirkungen mit Photonen und Neutronen her. Die Photonen sind die Energie-Quanten der elektromagnetischen Gamma-Strahlung. Sie treten mit den Atomen der bestrahlten Materie über den photoelektrischen Effekt, die Compton-Streuung oder den Paarbildungseffekt in Wechselwirkung. Die Wirkungsquerschnitte für jeden dieser Effekte hängen ab von der Quantenenergie und der Ordnungszahl der bestrahlten Elemente, siehe Fig. 2.

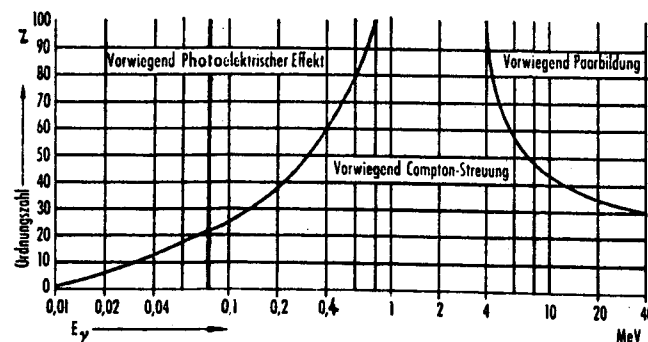


Fig.2 Überwiegender Einfluß der einzelnen Wechselwirkungen zwischen Gammaquanten und Atomen /7/.

Die Materialaufheizung, die aus Wechselwirkungen mit Neutronen resultiert, ist auf elastische Stöße und auf die Aktivierung des Materials zurückzuführen. Die radioaktiven Nuklide zerfallen unter Aussendung von Elektronen und Positronen, deren kinetische Energie im Material abgegeben wird.

2.2.1 Rechenverfahren zur Bestimmung der Materialaufheizung

Die an sich bekannten Rechenverfahren zur Bestimmung der spezifischen Wärmeleistung in Materialien, die nuklearen Prozessen unterworfen sind, werden im Anhang in ihren Grundzügen dargestellt, weil die Angaben dazu in der Standardliteratur nicht geschlossen zu finden sind. Zwar wird z.B. die Kernspaltung vom Gesichtspunkt der Energiefreisetzung her betrachtet /9/, es werden jedoch die Wechselwirkungen mit Photonen, die zur Gamma-Aufheizung führen, in der Regel vom Standpunkt der Strahlungsabschirmung aus dargestellt, /7/, /8/, /10/, /11/ und /12/. Bei den Wechselwirkungen mit Neutronen wird der für die Auslegung von Kernreaktoren wichtige Moderationseffekt beschrieben /13/, mit dessen Hilfe die Neutronen auf einen niederenergetischen Zustand gebracht werden, während in unserem Zusammenhang der Verbleib der den Neutronen entzogenen Energie interessiert. Ähnlich ist es mit der Wärmefreisetzung aufgrund von Beta-Zerfällen, die in den einschlägigen Darstellungen gegenüber der Strahlung aktivierter Stoffe sehr zurücktritt, /14/, /15/.

Die gebräuchlichsten Reaktorwerkstoffe (Aluminium, Stah und Zirkonlegierungen) erwärmen sich ganz überwiegend durch Absorption von Gamma-Energie. Materialien, die Elemente kleiner Ordnungszahl enthalten (Wasser, Graphit) beziehen einen beträchtlichen Teil ihrer Aufheizenergie aus elastischen Stößen mit schnellen Neutronen.

Bezeichnen wir die spezifische Wärmeleistung, die die Gammastrahlung liefert, mit L_γ , die aus Zusammenstößen mit Neutronen herrührende mit L_{ne} und die bei Beta-Zerfällen entstehende mit L_β , so gilt für die gesamte spezifische Wärmeleistung in einem Körper, der der Reaktorstrahlung ausgesetzt ist

$$L_{ges} = L_\gamma + L_{ne} + L_\beta \quad . \quad (1)$$

2.2.2 Meßverfahren zur Bestimmung der Materialaufheizung

Die im vorigen Kapitel beschriebenen Rechenverfahren zur Bestimmung der spezifischen Wärmeleistung versagen, wenn die erforderlichen Daten (Wirkungsquerschnitte, Gamma- und Neutronenspektren) nicht oder nicht ausreichend genau zur Verfügung stehen, abgesehen davon, daß das Verfahren sehr rechenintensiv ist. Man zieht deshalb vielfach die experimentelle Bestimmung mittels Kalorimetern vor. Man unterscheidet zwischen isotherm und adiabatisch arbeitenden Kalorimetern. Auch Ionisationskammer-Meßwerte und Temperaturmeßwerte aus Bestrahlungseinschüben lassen sich entsprechend auswerten.

2.2.2.1 Das isotherme Kalorimeter

Beim isothermen Kalorimeter wird dafür gesorgt, daß sich ein thermischer Gleichgewichtszustand zwischen Probe und Umgebung einstellt. Die in der Probe durch nukleare Prozesse freigesetzte Wärmeleistung ist dann gleich der in die Umgebung abgegebenen Wärmeleistung. Die Temperaturdifferenz, die sich zwischen Probe und Umgebung einstellt, ist ein Maß für die in der Probe freigesetzte Wärmeleistung.

Die Figuren 5 und 6 zeigen zwei Ausführungsformen. Bei beiden wird der Außenmantel von Kühlwasser umspült und auf einer gleichmäßigen Temperatur gehalten. Bei dem in Fig.5 gezeigten Kalorimeter dient ein im Zentrum der Einrichtung angeordneter kleiner Graphitzylinder als Energieabsorber. Die Absorberprobe wird durch zwei Drähte zentriert. Einer davon ist ein Mantelthermoelement. Die in der Probe freigesetzte Wärmeleistung wird durch Wärmeleitung über einen stickstoffgefüllten Gasspalt und über die beiden Drähte, sowie durch Konvektion und Wärmestrahlung an die wassergekühlte Außenwand abgegeben.

Bei der in Fig.6 gezeigten Ausführung wird die in den Proben entstehende Wärmeleistung über metallische Wärmebrücken zur gekühlten Außenwand abgeleitet. Die sich in der Probenhal-

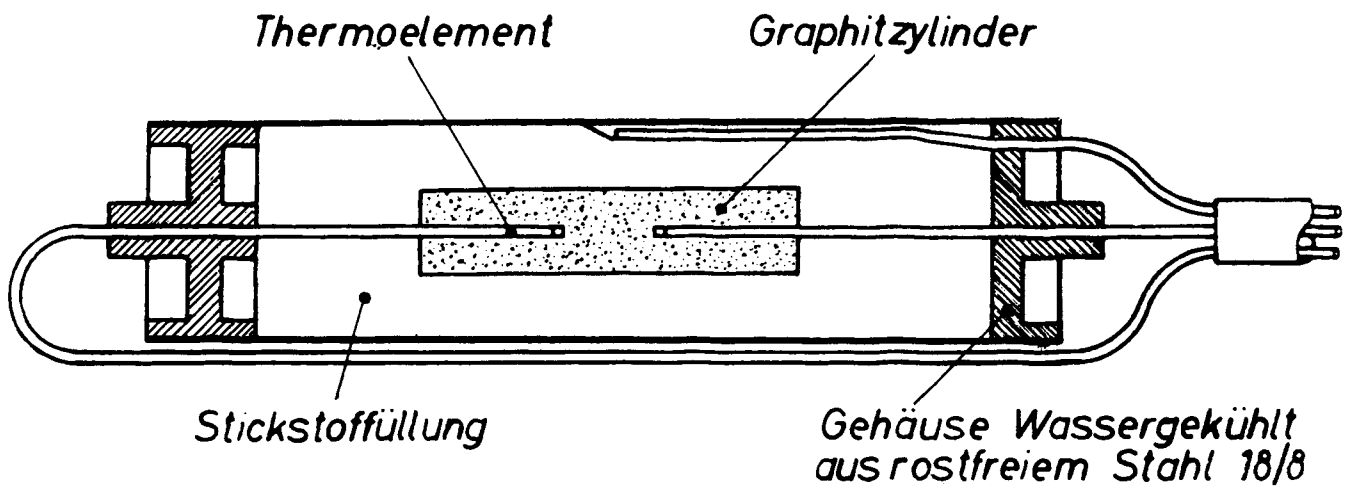


Fig. 5 Isothermes Kalorimeter zur Messung der spezifischen Wärmeleistung in Reaktoren und Beschleunigern
(Centre d'Etudes Nucleaires de Grenoble CEA Nr. 2.217)

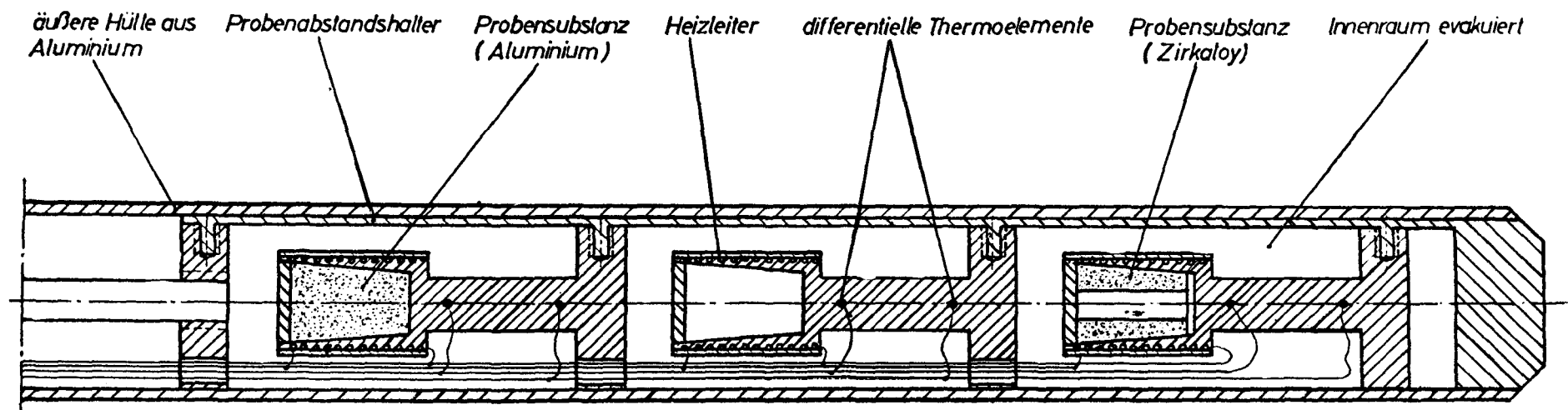


Fig. 6 Isothermes differentielles Kalorimeter /21/

terung zwischen zwei Punkten einstellende Temperaturdifferenz ist hier ein Maß für die Wärmefreisetzung.

Beide Ausführungen bieten die Möglichkeit einer Eichung mittels elektrischer Aufheizung. Bei dem in Fig.5 gezeigten Kalorimeter wird über die Zentrierdrähte ein Strom durch die Graphitprobe geschickt, was zur Freisetzung Joulescher Wärme im Graphitkörper führt. Die Eichung des Kalorimeters von Fig.6 erfolgt durch elektrische Heizleiter.

2.2.2.2 Das adiabatische Kalorimeter

Das adiabatische Kalorimeter ist so aufgebaut, daß die Abfuhr der in der Probe induzierten Wärmeleistung unterbunden wird. Am ehesten ist das zu Beginn der Messung der Fall, wenn zwischen Probe und Umgebung noch keine oder nur eine kleine Temperaturdifferenz besteht. Der Anstieg der Temperatur als Funktion der Zeit ist ein Maß für die in der Probe freigesetzte Wärmeleistung. Da das Prinzip der Adiabasie mit dem Anstieg der Proben temperatur immer stärker verletzt wird, ist diese Kalorimeterart nicht für kontinuierliche Messungen geeignet.

Fig.7 zeigt eine Ausführung /22/. Die Probe ist mit vier feinen Drähten in einem Gehäuse aufgehängt. Das Gehäuse ist mittels Federn in einer Aluminiumkapsel fixiert. Das Gehäuse und die Probe tragen je eine Heizwicklung. Die Gehäuseheizung dient zur Aufrechterhaltung der Adiabasie, die Probenheizung zur Eichung. Die Temperaturen des Gehäuses und der Probe werden mittels Thermoelementen gemessen.

Die Wärmeleistung \dot{Q} in der Probe ist gleich dem Produkt aus spezifischer Wärmeleistung L und der Probenmasse m , $\dot{Q} = L m$. Da die Temperaturerhöhung der Probe pro Zeit proportional der zugeführten Wärmeleistung und reziprok proportional der Wärmekapazität der Probe ist, gilt die Beziehung

$$L = c \frac{dT}{dt} .$$

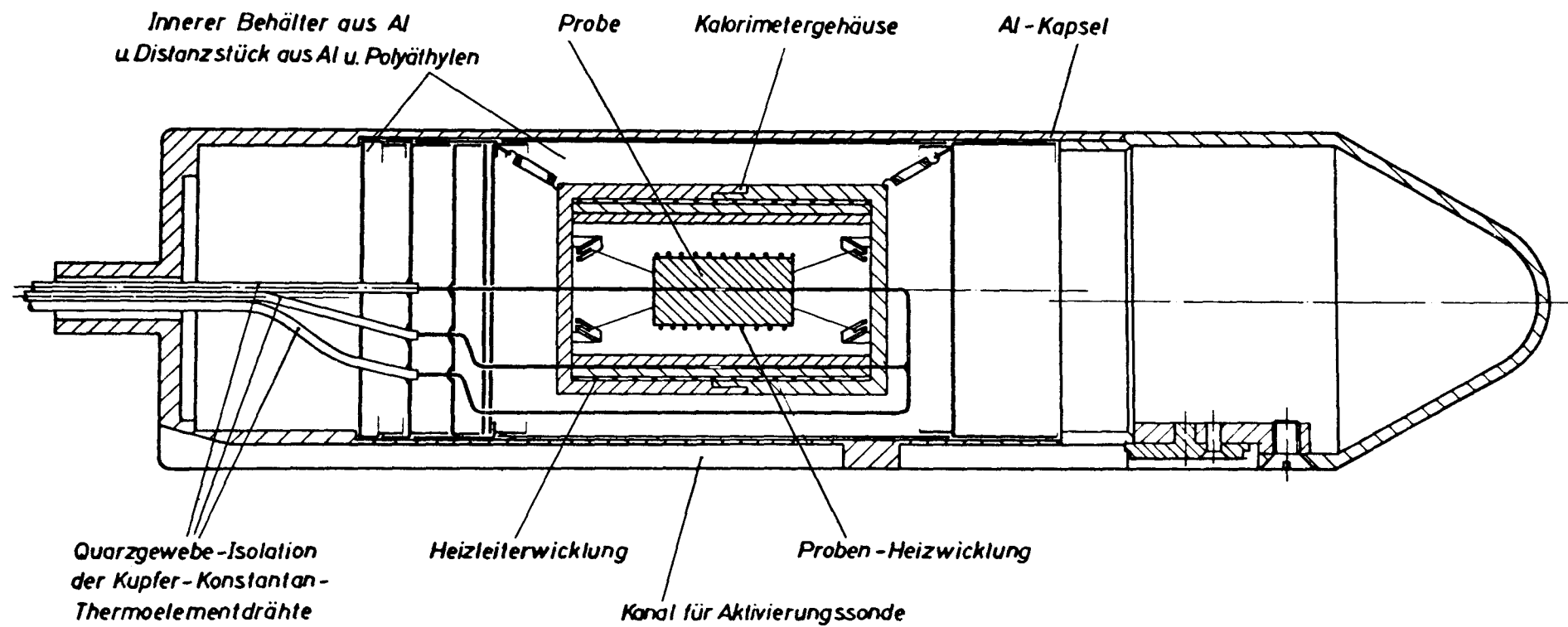


Fig. 7 Adiabatisches Kalorimeter zur Messung der nuklearen Aufheizung in den Experimentierkanälen eines Reaktors

2.2.2.3 Ionisationskammermessungen

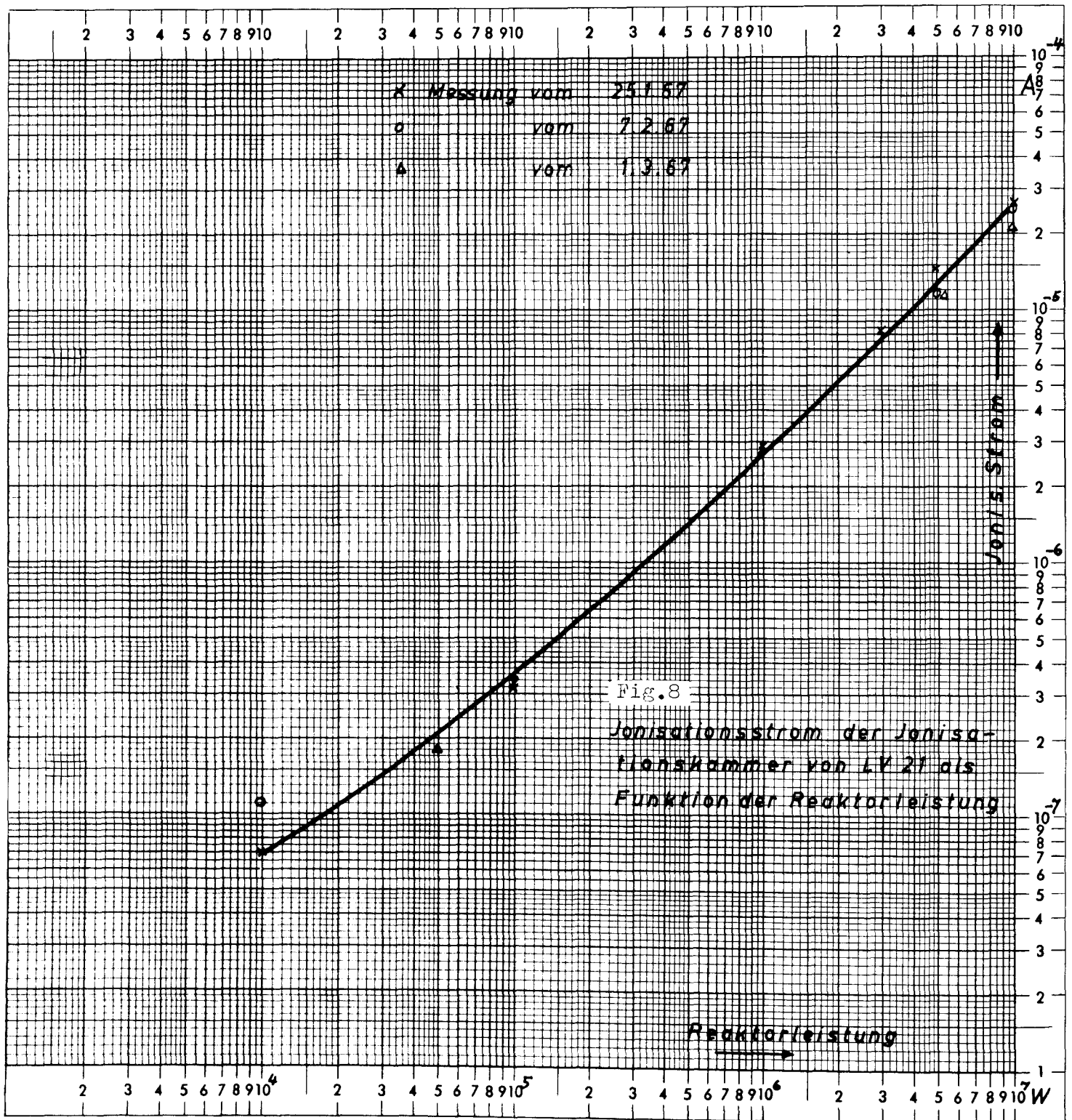
Die Ionisationskammer /23/ kann im Prinzip zur Messung der Energieflußdichte einer Gamma-Strahlung benutzt werden. Da im Mittel zur Erzeugung eines Ionenpaares eine bestimmte Energie, der Ionisierungsaufwand, erforderlich ist, ist der Ionisationsstrom der Kammer ein Maß für die absorbierte Leistung im Gasvolumen der Kammer und damit ein Maß für die spezifische Wärmeleistung aufgrund von Gammastrahlung.

Fig.8 zeigt den Ionisationsstrom einer Ionisationskammer (Miniaturkammer NA 15 von General Electric) als Funktion der Reaktorleistung. Bei 10 MW Reaktorleistung wurden am Einbauort circa $2,3 \cdot 10^{-5}$ A Ionisationsstrom erzeugt. Bei einer Eichung der Kammer in einem Co-60-Spektrum wurde ein Eichwert von $1,1 \cdot 10^{-13}$ Ah/R (Amperestunden pro Röntgen) gefunden /24/. Das Röntgen ist eine Einheit für die Gamma-ionendosis, wobei 1 R einer Energieabsorption von $87,7 \cdot 10^{-7}$ J/g in Luft entspricht. Aus dem durch Fig.8 für 10 MW Reaktorleistung gegebenen Meßwert folgt damit die spezifische Wärmeleistung (für Luft)

$$L = \frac{2,3 \cdot 10^{-5} \text{ A}}{1,1 \text{ Ah/R}} \cdot 87,7 \cdot 10^{-7} \text{ J/(g R)} = 0,51 \text{ W/g} \quad (1)$$

Da sich die Definition der Röntgen-Einheit auf Luft bezieht (ein R hat diejenige Menge Gamma-Strahlung, bei welcher in 1 cm^3 Luft von 760 Torr und 0°C gerade so viel Sekundärelektronen gebildet werden, daß bei voller Ausnützung aller von ihnen erzeugten Ionen im Sättigungsstrom eine Ladung von einer elektrostatischen Einheit, d.i. $3,33 \cdot 10^{-10} \text{ C}$, gemessen wird), ergeben sich für andere Stoffe andere Umrechnungsfaktoren für die Umrechnung von R in J/g. Die Umrechnung wird mithilfe der Energie-Absorptionskoeffizienten μ_{am} (vgl.Gl. 11 im Anhang) vorgenommen, wobei sich die Umrechnungsfaktoren wie die Energieabsorptionskoeffizienten verhalten, also zum Beispiel

$$\text{Umrechnungsfaktor für Al} = \text{Umrechnungsfaktor für Luft} \cdot \frac{\mu_{\text{amAl}}}{\mu_{\text{amLuft}}}.$$



Für Aluminium und Graphit ergeben sich folgende Umrechnungen:

Stoff	μ_{am}	Umrechnung
Luft	0,0256 cm ² /g	1R $\hat{=}$ 87,7 · 10 ⁻⁷ J/g
Aluminium	0,0247 "	1R $\hat{=}$ 84,7 · 10 ⁻⁷ "
Graphit	0,0257 "	1R $\hat{=}$ 88,1 · 10 ⁻⁷ "

Aus dem oben angegebenen Ionisationskammer-Meßwert errechnet man infolgedessen eine spezifische Wärmeleistung

in Aluminium $L_{\text{Al}} = 0,49 \text{ W/g}$

in Graphit $L_{\text{Gr}} = 0,51 \text{ "}$.

Der Vorteil der Ionisationskammermessungen zur Bestimmung der spezifischen Wärmeleistungen liegt in der Handlichkeit des Gerätes und darin, daß man ein elektrisches Ausgangssignal hat. Nachteilig ist, daß die Empfindlichkeit einer Kammer mit höherer Gamma-Energie nachläßt und Verzerrung des Anzeigewertes durch ungenaue Erfassung des Hochenergie-Anteils des Spektrums die Folge ist. Außerdem werden die Aufheizprozesse, die von Neutronen herrühren, nicht erfaßt. Ein weiterer Fehler, der der beschriebenen Ionisationskammer-Messung anhaftet, hat seine Ursache darin, daß die Eichung der Kammer in einem Co-60-Spektrum erfolgte, das vom Gamma-Spektrum des Reaktors etwas abweicht.

3. Aufgabenstellung

Die zu behandelnden Probleme sind wärmetechnischer Art und stammen aus der Experimentierpraxis an Kernreaktoren.

Es ist Aufgabe des Verfassers, für die in Jülich geplanten und gebauten Reaktorexperimente wärme- und strömungstechnische Analysen bezüglich Auslegung und Sicherheit zu erarbeiten. Mit den Aufträgen wurden neuartige Probleme aufgeworfen, von denen eine Auswahl in dieser Arbeit zusammengestellt ist.

Zu diesen Problemen gehören:

Angaben zu Temperaturfeldern in vorspringenden Körpern mit inneren Wärmequellen (Rippen, Strahlrohre),

kalorimetrische Auswertung von Temperaturmeßwerten,

Auslegung von Brennstoffröhrn,

Auslegung eines Tieftemperaturkreislaufs, der von der nuklearen Aufheizung angetrieben wird,

zweckmäßige Ausbildung von Halterungen für Tieftemperatur-einrichtungen,

Erwärmung und Verdampfen einer nuklear beheizten Flüssigkeit als Funktion der Zeit.

4. Entwicklung von Rechenverfahren

Für die thermische Auslegung von Reaktoreinbauten, insbesondere Experimentiereinrichtungen, und zur Auswertung von Meßsignalen aus solchen Einbauten, insbesondere Temperaturmeßwerten, wurden Rechenverfahren entwickelt.

Für die Gliederung dieser Verfahren wollen wir ein von Kosdoba /25/ angegebenes System verwenden. Er teilt die im Zusammenhang mit Potentialfeldern stehenden Probleme je nach Aufgabenstellung ein in direkte, reverse, inverse und induktive Probleme.

Beim direkten Problem ist das mathematische Modell des Übergangs-Phänomens (hier: Wärmeübergangs-Phänomen) gegeben, d.h. Gleichungen, die den Hauptprozeß beschreiben. Ebenso sind die Randbedingungen bekannt und die Faktoren (Stoffwerte) in den Gleichungen gegeben. Die Aufgabe besteht in der Bestimmung des Potentialfelds. Der Lösungsprozeß ist zweistufig: 1. Zusammenstellen des mathematischen Modells, 2. Lösungsuntersuchungen am Modell.

Beim reversen Problem ist das mathematische Modell bekannt. Desgleichen ist die mathematische Form der Randbedingungen gegeben. Auch das Potentialfeld ist gegeben. Die Aufgabe besteht in der Bestimmung der Randbedingungs-Koeffizienten.

Das inverse Problem ist gekennzeichnet durch Kenntnis des mathematischen Modells und des Potentialfelds. Gesucht sind die Koeffizienten der Gleichung, wie z.B. physikalische Stoffwerte.

Als induktives Problem wird die Aufgabe bezeichnet, für ein gegebenes Potentialfeld das mathematische Modell aufzustellen.

Im Rahmen dieser Arbeit werden direkte, inverse und induktive Probleme behandelt, entsprechend den Aufgaben, die aus der Reaktor-Experimentierpraxis heraus angefallen sind.

4.1 Direkte Probleme

Die Experimentiereinrichtungen in Reaktoren sind vielfach als vorspringende Körper ausgebildet, die längs ihrer Oberfläche mit einem Kühlfluid im Wärmeaustausch stehen. In diese Kategorie fallen z.B. die Strahlrohre, die in der Abschirmung des Reaktors befestigt sind und in das Tankwasser bis in die Nähe des Kerns hineinragen. Diese Strahlrohre nehmen zylinderförmige Experimentiereinrichtungen auf, die über einen gasgefüllten Ringspalt thermisch an das Strahlrohr und das Reaktorwasser gekoppelt sind. Zum Unterschied zu Gl.(3) muß die Temperaturfeldgleichung vorspringender Reaktoreinbauten ein Glied enthalten, das die innere Aufheizung des Materials berücksichtigt.

4.1.1 Temperaturfeld in einem vorspringenden Körper

Die Differentialgl.(2), Kap.2.1, beschreibt das Temperaturfeld im Inneren eines Körpers, in dem nur Wärmeleitung stattfindet. Bei den verschiedenen Lösungen sind als Randbedingungen Angaben über die Berandungstemperaturen oder die ein- und austretenden Wärmeströme erforderlich. Die Koppelung an andere wärmeleitende Körper läßt sich durch den Wärmeübergangskoeffizienten α oder, bei Hintereinanderschaltung mehrerer Wärmewiderstände, durch den Wärmedurchgangskoeffizienten k erfassen. Diese Koppelungen, wie auch der Wärmeaustausch durch infrarote Strahlung, erfolgt über die Körperoberfläche. Wir wollen Gl.(2), Kap.2.1, durch Einführen entsprechender Summanden und Umformungen, die aus den bevorzugten Wärmestromrichtungen resultieren, auf den erweiterten Bereich zuschneiden.

Fig.9 zeigt einen Körper, der auf einer Unterlage befestigt ist, deren Temperatur über der Temperatur des den Körper umgebenden Fluids liegt. Infolgedessen ist auch die Temperatur des Körpers höher als die Umgebungstemperatur, weil der Körper aus der Unterlage durch Wärmeleitung einen Wärmestrom bezieht und außerdem selbst durch innere Wärmequellen aufgeheizt wird. Im stationären Zustand gibt der Körper diese gesamte Wärmeleistung durch Konvektion und infrarote Strahlung ab. Für eine dünne Scheibe

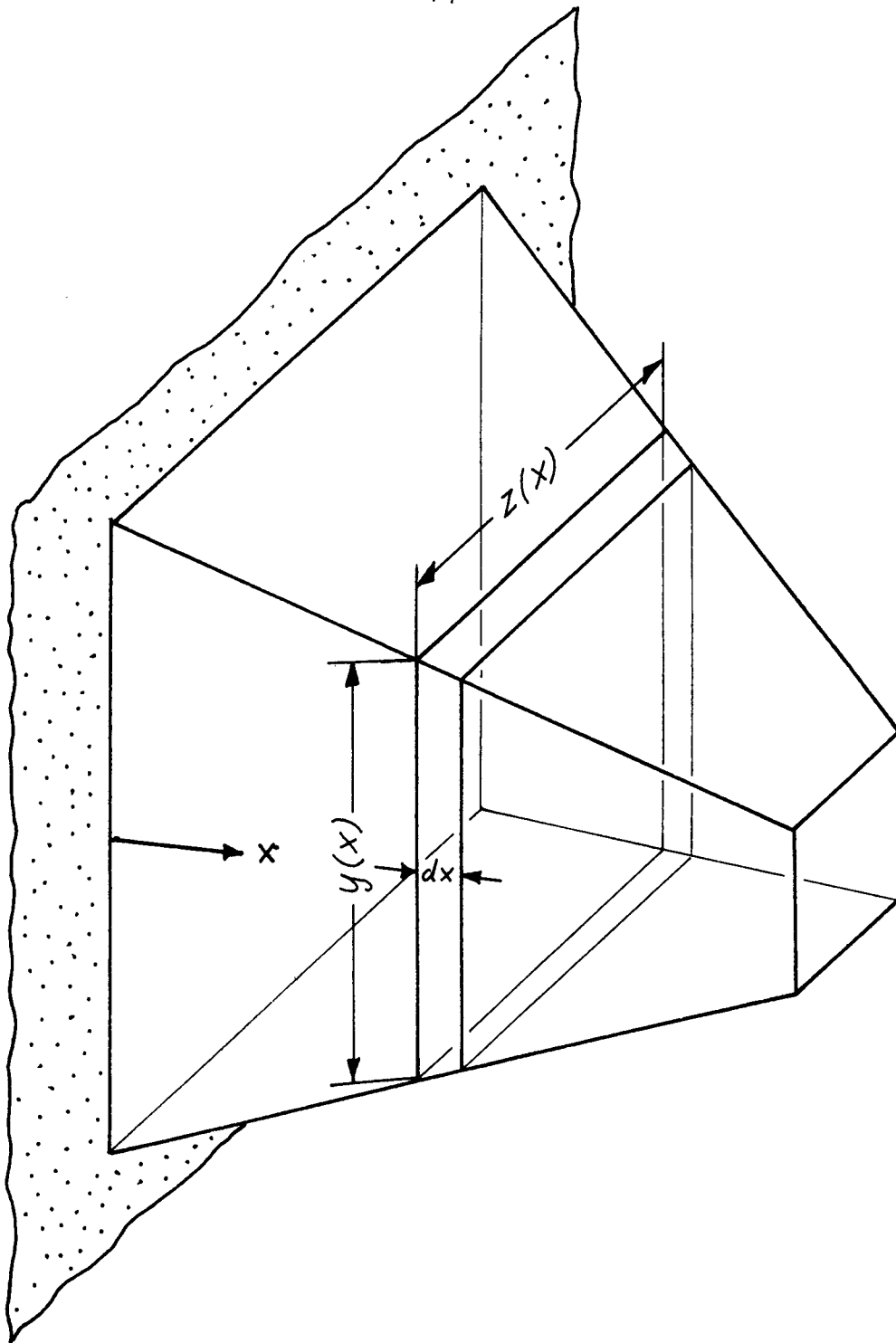


Fig. 9 Zur Ableitung der Differentialgleichung des Temperaturverlaufs in vorspringenden Körpern.

(Dicke dx) gilt infolgedessen die Wärmebilanz, wenn $\dot{Q} = -\lambda yz \frac{d\theta}{dx}$ der die Scheibe durch Wärmeleitung erreichende Wärmestrom ist, θ Übertemperatur des Körpers über Umgebungstemperatur, wobei $\theta = f(x, y, z)$,

$$\frac{\partial (\dot{Q})}{\partial x} dx = d\dot{Q}_{\text{innere Aufheizg.}} - d\dot{Q}_{\text{Wärmeübergang}} - d\dot{Q}_{\text{Str.}} \quad (1)$$

Entsprechend der Körpergeometrie (Fig.9), dem Newtonschen Wärmeübergangsgesetz und dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz der Wärmestrahlung gilt für die einzelnen Glieder der rechten Seite

$$d\dot{Q}_{\text{innere Aufheizung}} = \varrho L y z dx, \quad (a)$$

$$d\dot{Q}_{\text{Wärmeübergang}} = 2(y + z)\alpha \theta dx \quad (b)$$

$$d\dot{Q}_{\text{Strahlung}} = 2(y + z)\epsilon c_s T^4 dx \quad (c)$$

Diese Angaben beziehen sich auf die in Fig.9 gezeigte Rechteckgeometrie. Im allgemeinen Fall ist in a) das Produkt yz durch den Querschnitt, in b) und c) der Ausdruck $2(y+z)$ durch den Umfang am Ort x zu ersetzen.

Setzen wir diese Glieder und die Wärmeleitungsgl. in Gl. (1) ein, so folgt die Diff.-Gl. für den Temperaturverlauf in vorspringenden Körpern mit variablem rechteckigen Querschnitt

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} yz + \frac{\partial \theta}{\partial x} \left(\frac{\partial y}{\partial x} z + \frac{\partial z}{\partial x} y \right) - \frac{2}{\lambda} (y + z) (\alpha \theta + \epsilon c_s T^4) + \frac{\varrho}{\lambda} L y z = 0 \quad (2)$$

$T(x, y, z)$ absolute Temperatur.

Beim Strahlungsterm wird Diathermie des umgebenden Fluids angenommen und zwar derart, daß der strahlende Körper von einem schwarzen Körper von 0 K umgeben ist. Diese Vereinfachung wird getroffen, weil im folgenden die Wärmeabgabe durch Strahlung nicht mehr berücksichtigt werden soll, also $\epsilon c_s T^4$ gleich Null gesetzt wird. Andererseits gilt für die Radiatoren von Raumfahrzeugen Gl.(2) mit $\alpha = 0$ /26/.

Dort spielen entsprechende vorspringende Körper eine sehr große Rolle, weil sie für die Abwärme-Abgabe der Bordkraftwerke unentbehrlich sind.

Gl.(2) stellt den Ausgangspunkt für die folgenden Betrachtungen dar, die sich zuerst den Kühlrippen zuwenden werden.

4.1.1.1 Rippen mit inneren Wärmequellen

Eine praktische Aufgabe gab den Anstoß zur Bearbeitung der Rippentheorie, die eine Wärmeproduktion in der Rippe selbst berücksichtigt. Für die in ein Strahlrohr des FRJ-2 einzubauende Kalte Neutronenquelle war eine Einrichtung zu entwickeln, mit der es möglich sein sollte, in der Nähe des Reaktorkerns Wasserstoff zu kondensieren und stationär flüssig zu halten /28/. Als Kühlmittel sollte Helium von 14,5 K Vorlauftemperatur dienen.

Den ersten Entwurf des Wasserstoffgefäßes (1 Liter Inhalt), das wegen seiner physikalischen Funktion Moderatortopf genannt wird, zeigt Fig.10. Das Kühlhelium strömt von einem Verteiler über eine Anzahl parallel liegender, zwischen den beiden Außenwänden angeordneter Kanäle zu dem gegenüber liegenden Sammler. Um die wärmeübertragende Fläche zwischen Wand und H_2 zu vergrößern, sind in die Innenwand des Topfs über den ganzen Umfang Rillen gedreht. Die Kammer ist durch eine Rohrleitung mit dem außerhalb des Reaktors gelegenen H_2 -Gasometer verbunden. Sinkt nun infolge der He-Kühlung die Wandtemperatur unter die Kondensationstemperatur des Wasserstoffs, dann sammelt sich im Topf flüssiger Wasserstoff. Der flüssige Wasserstoff wird durch elastische Stöße mit Neutronen (s. Anhang 3) beträchtlich aufgeheizt. Die einsetzende Konvektion führt örtlich überhitzte Flüssigkeitsballen zur Oberfläche, wo so viel H_2 aus der gesättigten Flüssigkeit verdampft, wie der absorbierten Wärmeleistung entspricht. Es wird sich ein Gleichgewichtszustand einstellen: Im Topf sammelt sich so viel flüssiger Wasserstoff, daß die darin entstehende Wärmeleistung so viel Wasserstoff pro Zeit verdampft, wie die im Dampfraum verbleibende Kondensationsfläche rückkondensiert. Eine entsprechende Rechnung zeigte, daß sich der Topf unter den gegebenen Verhältnissen nicht einmal bis zur Hälfte füllen wür -

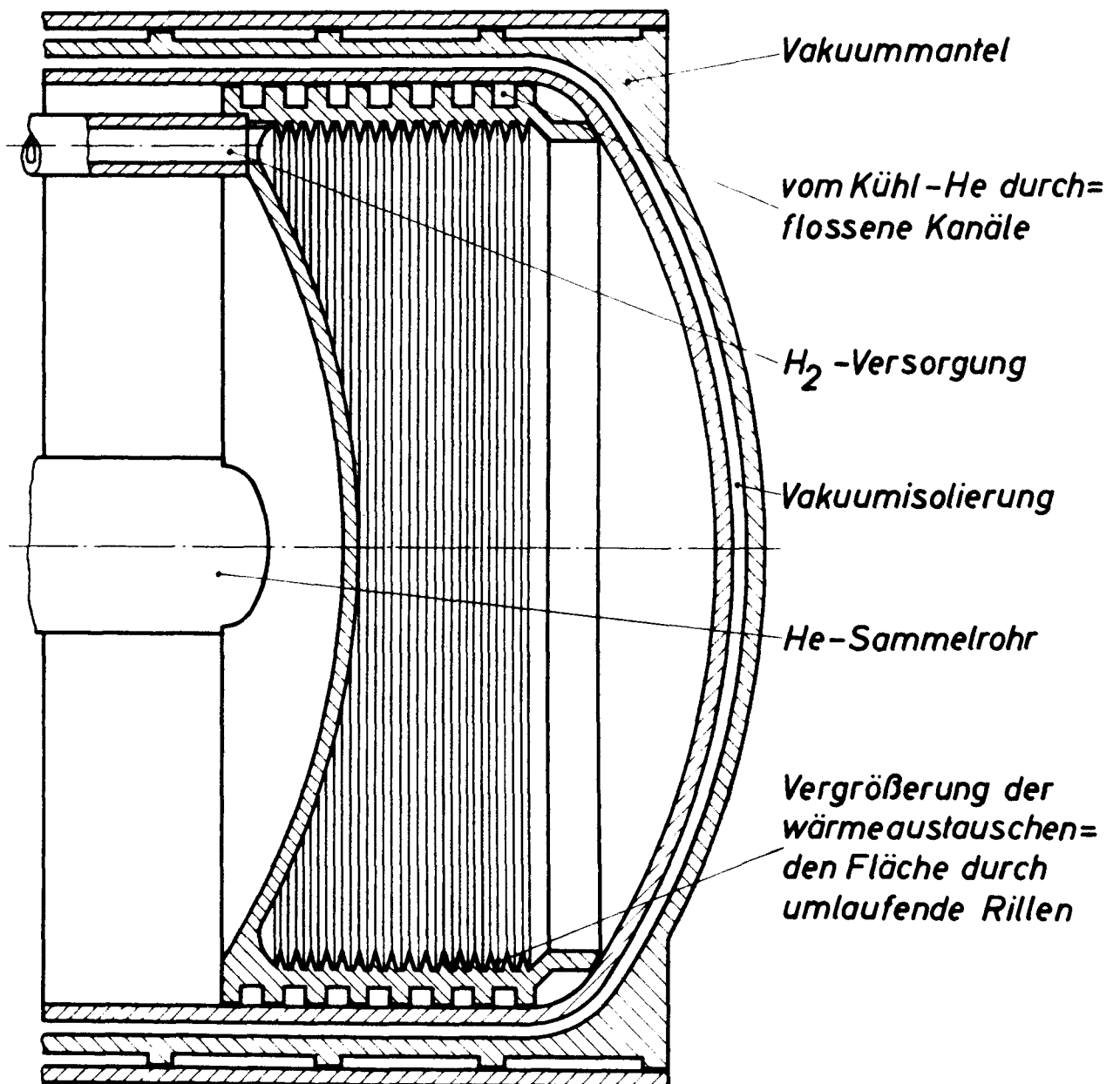


Fig.10 Moderatortopf für die Kalte Neutronenquelle, 1. Entwurf

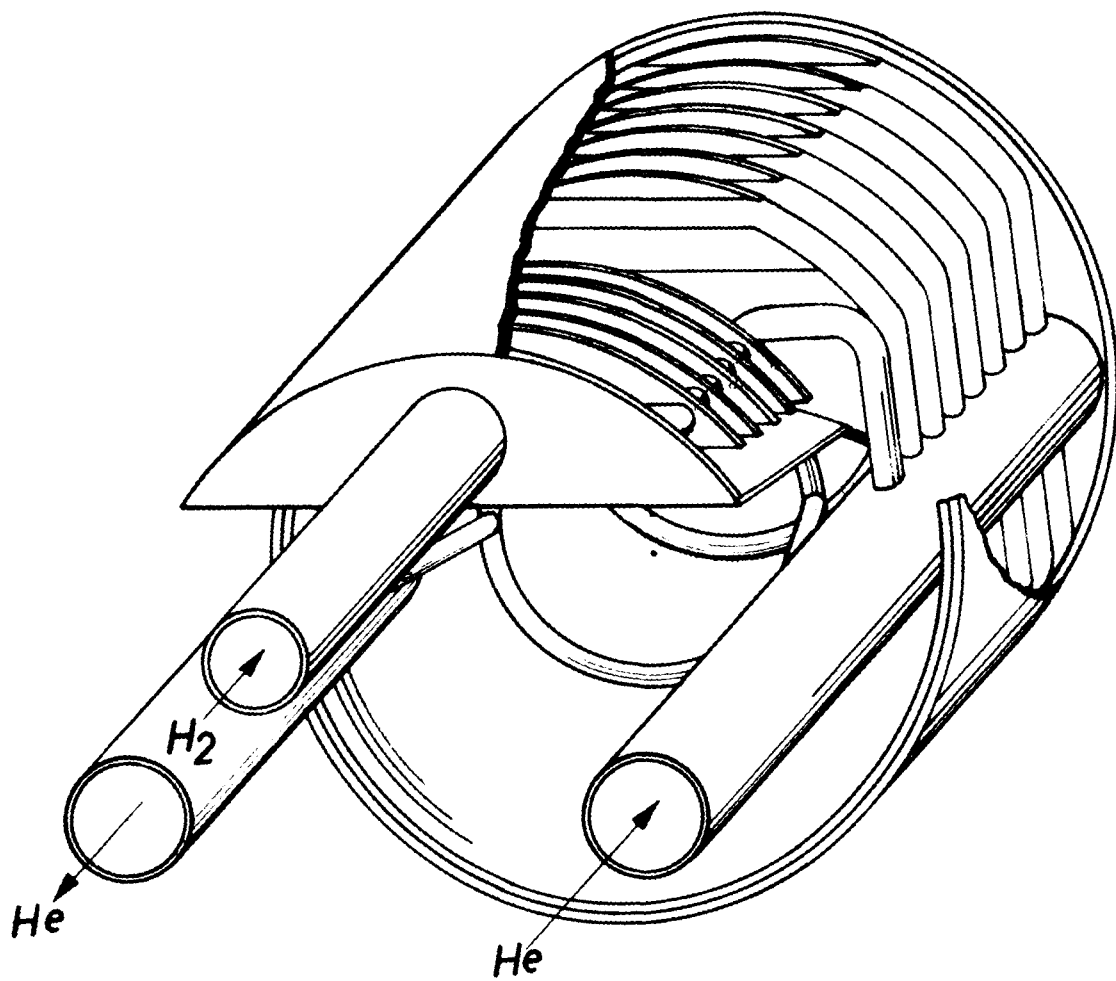


Fig.11 Moderator topf mit auskragendem Oberteil

de. Durch eine Vergrößerung der Kondensationsfläche im Dampf-
raum könnte der Füllstand angehoben werden. Dazu scheinen Rip-
pen sehr geeignet zu sein.

Diese Überlegung führte zu einem Konstruktionsvorschlag entspre-
chend Fig. 11. Die Berechnung zur Festlegung der Rippenoberflä-
che zeigte, daß sich Rippen mit inneren Wärmequellen sehr abwei-
chend von solchen ohne innere Wärmequellen verhalten, sowohl be-
züglich einer Volumenoptimierung, als auch einer Oberflächenopti-
mierung über einen Wirkungsgrad. Aufgrund der Rechenergebnisse
mußte auch die in Fig. 11 gezeigte Konstruktion verworfen werden.
Es wurde schließlich auf einen durch nukleare Aufheizung betrie-
benen Thermosiphon ausgewichen, siehe Kap. 4.3.2.

Temperaturverteilung und abgegebene Wärmeleistung

Schmale Rippen mit rechteckigem Aufriß, die aus gut leitendem
Material bestehen, werden üblicherweise eindimensional behandelt,
vgl. Kap. 2.1. Das Temperaturfeld in einer solchen Rippe, in der
sich ein homogenes Wärmequellenfeld der Ergiebigkeit L (spez. Wär-
meleistung) befindet, folgt mit $y=\delta$ u. $z=1$ aus Gl. (2), Kap. 4.1.1.
Wenn wir die Wärmestrahlung vernachlässigen, lautet sie

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{2\alpha}{\lambda\delta}\theta + \frac{\varrho L}{\lambda} = 0 \quad , \quad (3)$$

mit α als Wärmeübergangskoeffizienten, ϱ Dichte des Materials,
 λ Wärmeleitfähigkeit und δ Rippendicke.

Wir führen die abgekürzten Schreibweisen ein

$$m^2 = 2\alpha / (\lambda\delta) \quad (4)$$

$$\text{und} \quad n = \varrho L / \lambda \quad . \quad (5)$$

Die Lösungsgl. von Gl. (3) lautet

$$\theta = A e^{mx} + B e^{-mx} + n/m^2 \quad . \quad (6)$$

Als Randbedingungen führen wir ein: Am Rippenfuß, bei $x = 0$, herrscht gegenüber der Umgebung eine um θ_F abweichende Temperatur und aus der Rippenspitze ($x = h$) strömt keine Wärme aus, es gilt hier also $d\theta/dx = 0$. Der Fehler, der durch Vernachlässigen der aus der Rippenspitze austretenden Wärme entsteht, kann durch eine einfache Korrektur der Rippenhöhe rechnerisch beseitigt werden /1/. Wir brauchen uns nämlich nur die Rippe um so ein Stück verlängert vorzustellen, daß die neu hinzukommende Oberfläche so groß wie die Stirnfläche der Rippe wird. Wenn wir die korrigierte Rippenhöhe h_c nennen, so gilt $h_c = h + \delta/2$.

Man erhält die Temperaturfunktion

$$\theta(x) = (\theta_F - \frac{n}{m^2}) \frac{\cosh m(h-x)}{\cosh mh} + \frac{n}{m^2} . \quad (7)$$

Wenn die Rippenbreite (hiermit sei die Erstreckung senkrecht zum Aufriß $h\delta$ gemeint) gleich Eins ist, ist die von der Rippe ausgetauschte Wärmeleistung gegeben durch

$$\dot{Q}_r = 2\alpha \int_0^h \theta(x) dx = 2\alpha \left(\frac{\theta_F - n/m^2}{m} \tanh mh + \frac{n}{m^2} h \right). \quad (8)$$

Sie setzt sich zusammen aus dem Wärmestrom, der durch den Rippenfuß dringt

$$\dot{Q}_l = -\lambda \delta \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x=0} = \frac{2\alpha}{m} \left(\theta_F - \frac{n}{m^2} \right) \tanh mh , \quad (9)$$

wie aus der Differentiation von Gl.(6) unter Verwendung der genannten Randbedingungen hervorgeht, und der Leistung, die in der Rippe selbst entsteht

$$\dot{Q}_i = g L \delta h = \frac{2\alpha n h}{m^2} . \quad (10)$$

Es gilt also auch $\dot{Q}_r = \dot{Q}_l + \dot{Q}_i$.

Volumenoptimierung der Rechteckrippe

Um einen mit Rippen versehenen Wärmeaustauscher, der zum Einbau in einen Kernreaktor vorgesehen ist, wirkungsvoll auszulegen, ist eine möglichst zweckmäßige Gestaltung der Rippen notwendig.

Das ist an diesem Ort viel wichtiger als anderswo, weil der verfügbare Platz beschränkt und wegen der Kompliziertheit der ganzen Anlage teuer ist. Außerdem zehren alle in den Reaktor eingebrachten Materialien am Neutronenhaushalt.

Diese Überlegung führt zur Verwendung von Rippen kleinsten Baustoffaufwands, wie sie für den konventionellen Sektor von E. Schmidt /2/ vorgeschlagen wurden. Im folgenden wird die Optimierungsrechnung für eine Rechteckrippe mit inneren Wärmequellen durchgeführt. Obwohl sich der Baustoffaufwand bezogen auf die Wärmeabgabe einer Rippe durch Übergang auf Rippen mit gewölbten Flanken (s.u.) noch weiter vermindern läßt, kommt der Rechteckrippe wegen ihrer leichten Herstellbarkeit besondere Bedeutung zu.

Die Rippenoptimierung ist eine Extremwertaufgabe. Wir erhalten die Bestimmungsgl. der volumenoptimierten Rippe, wenn wir die Gl.(8) nach der Rippendicke δ ableiten und die Ableitung gleich Null setzen. Vorher sind alle Größen, die δ enthalten, so zu schreiben, daß die Rippendicke in Erscheinung tritt; z.B. gilt $m = c/\sqrt{\delta}$ mit $c = \sqrt{2\alpha/\lambda}$ und $h = V/\delta$ mit V als Rippenvolumen. Wir erhalten damit Gl.(8) in folgender Form

$$\dot{Q} = 2\alpha \left\{ \frac{\Theta_F}{c} \delta^{1/2} \tanh(Vc\delta^{-3/2}) - \frac{n}{c^3} \delta^{3/2} \tanh(Vc\delta^{-3/2}) + \frac{nV}{c^2} \right\}. \quad (11)$$

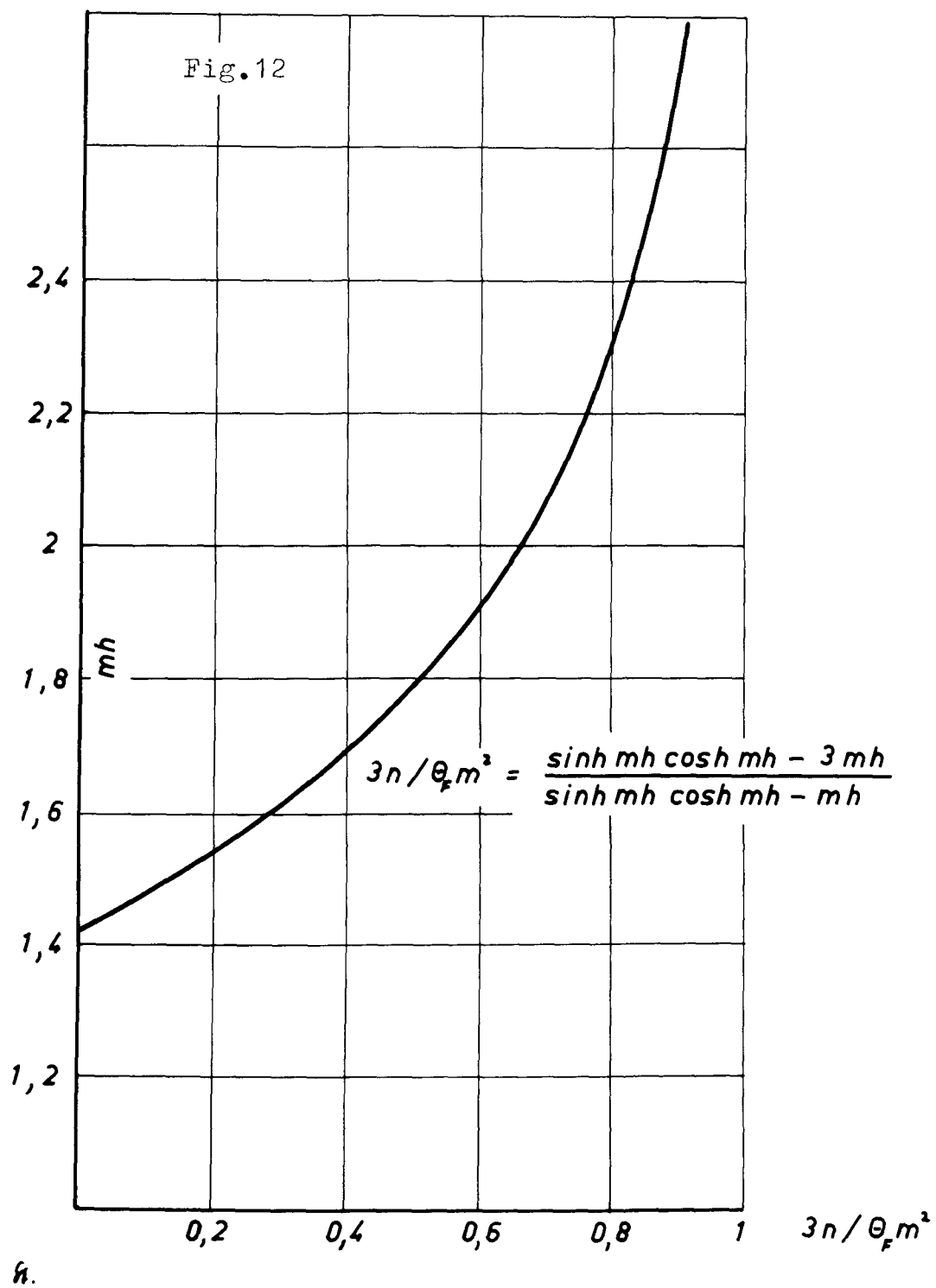
Die Bestimmungsgleichung der volumenoptimierten Rechteckrippe mit inneren Wärmequellen lautet nun

$$\Theta_F m^2 (\sinh mh \cosh mh - 3mh) = 3n (\sinh mh \cosh mh - mh). \quad (12)$$

Daraus läßt sich der dimensionslose Ausdruck gewinnen

$$\frac{3n}{\Theta_F m^2} = \frac{3 \vartheta L \delta}{2 \Theta_F \alpha} = \frac{\sinh mh \cosh mh - 3mh}{\sinh mh \cosh mh - mh}. \quad (13)$$

Der Ausdruck muß zwischen den Grenzen 0 (Wärmequellenfreiheit, $mh = 1,4192$) und 1 ($mh = \infty$) liegen. Die Funktion (13) ist in Fig.12 dargestellt. Für praktische Anwendungen ist diese Darstellung aber nicht geeignet. Bei der Auslegung einer wärme-



austauschenden berippten Oberfläche sind in der Regel folgende Größen gegeben: Rippenfußtemperatur Θ_F , spezifische Wärmeleistung an Ort und Stelle und die Stoffwerte des Rippenmaterials (λ und ϱ , also auch n) und der Wärmeübergangskoeffizient α . Man findet Dicke δ und Höhe h der unter den gegebenen Verhältnissen günstigsten Rippe mithilfe des Diagramms Fig.13, wobei

$$\delta_{\text{opt}} = \frac{2\alpha \Theta_F}{3 \varrho L} \quad (14)$$

und
$$h_{\text{opt}} = u \sqrt{\Theta_F \lambda / (3 \varrho L)} \quad (15)$$

Beweis. Zur Gewinnung des Diagramms Fig.13 wird Gl.(12) in die Form gebracht ($c = m\sqrt{\delta}$, $V = \delta h$)

$$\frac{n}{\Theta_F} = \frac{c^2 [\sinh(cV\delta^{-3/2}) \cosh(cV\delta^{-3/2}) - 3cV\delta^{-3/2}]}{3\delta [\sinh(cV\delta^{-3/2}) \cosh(cV\delta^{-3/2}) - cV\delta^{-3/2}]} \quad (16)$$

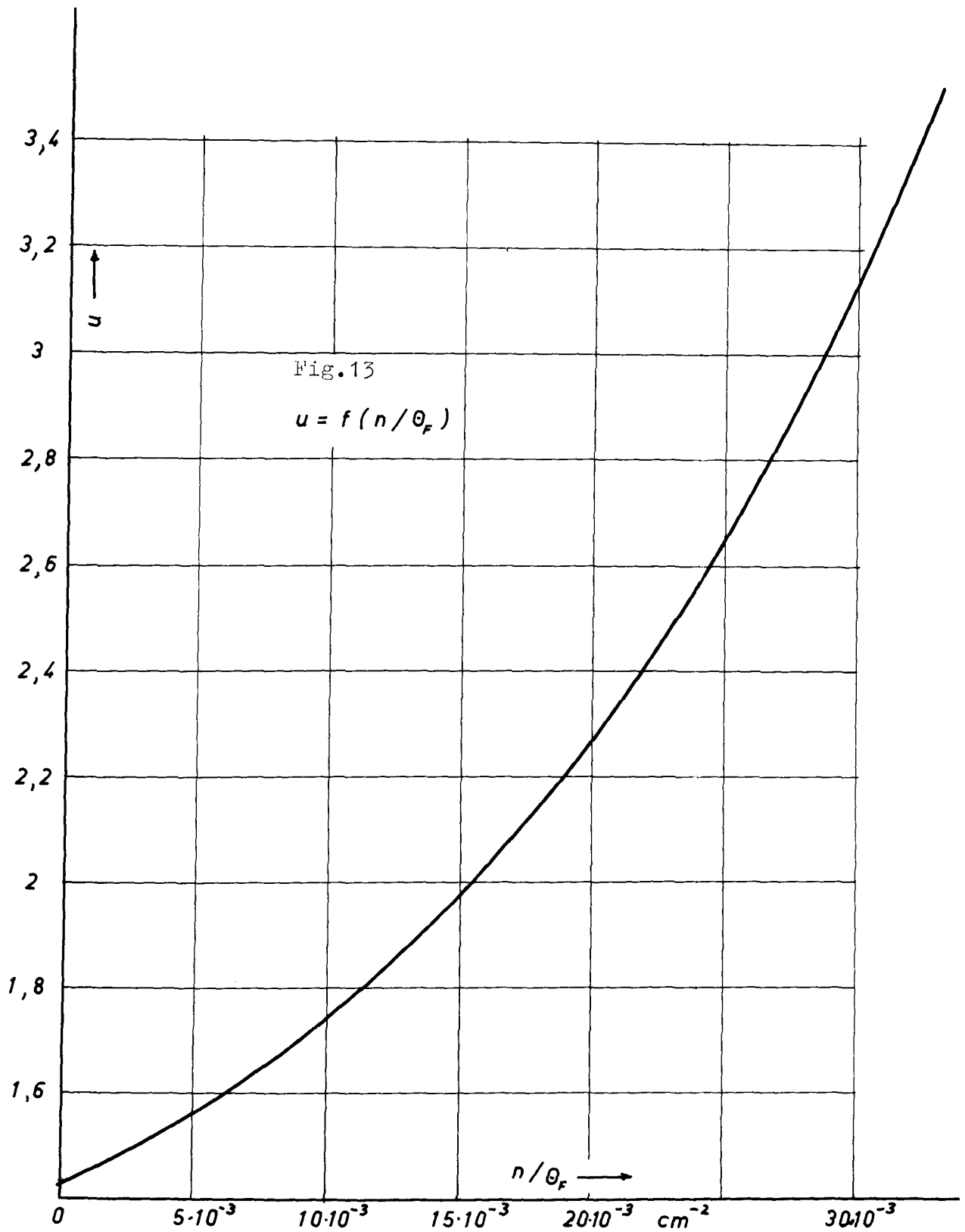
Hält man c und V konstant und variiert δ , so erhält man $n/\Theta_F = f(\delta)$. Weil weiter $cV\delta^{-3/2} = mh$ ist, kann auch $mh = f(n/\Theta_F)$ berechnet werden. Diese Funktion ist in Fig.13 dargestellt. Für mh wurde abkürzend u geschrieben.

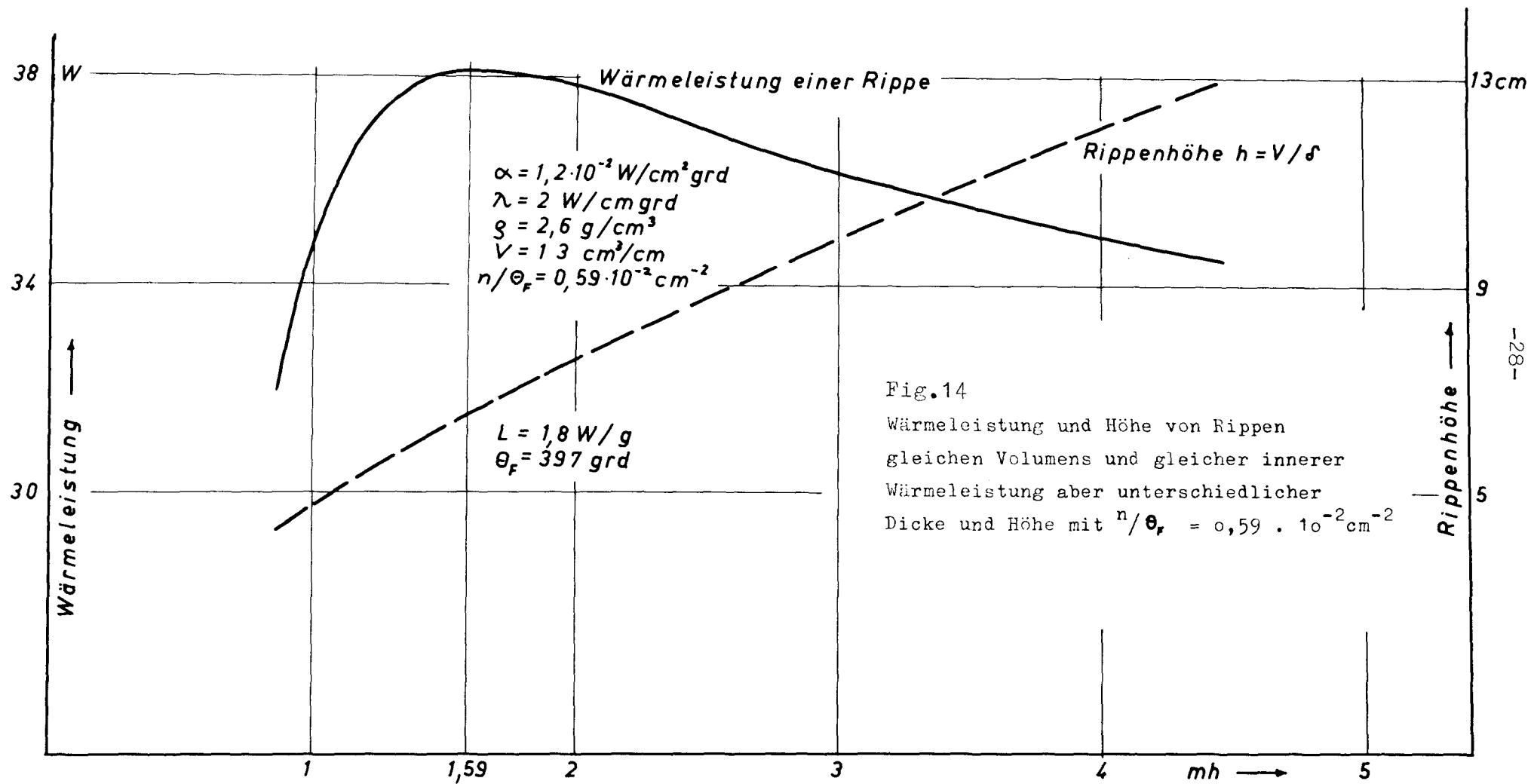
Zahlenbeispiel. In Fig.14 sind die bestimmenden Größen einer Rippe angegeben. Man erhält daraus $n/\Theta_F = 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$ und liest dazu aus Fig.13 ab $u = 1,59$. Wegen $u = mh = c\delta^{-1/2}h$ besteht zwischen δ und h die Beziehung $h = \delta^{1/2} c^{-1} \cdot 1,59$. Fig.14 zeigt, daß eine auf die vorgeführte Weise optimierte Rippe tatsächlich mehr Wärmeleistung abzugeben vermag als jede andere Rippe des gleichen Volumens und Materials, die unter den gleichen Bedingungen arbeitet.

Mit der Beziehung

$$h = \delta^{1/2} c^{-1} u \quad (17)$$

wird jedoch nur eine Aussage über das Verhältnis von Rippenhöhe zu Rippendicke getroffen. Das Rippenvolumen V ist noch unbekannt. Die folgende Betrachtung zeigt, daß dieses Volumen nicht frei wählbar ist.





Betrachten wir Gl.(8), die die Wärmeleistung einer Rippe mit inneren Wärmequellen angibt

$$\dot{Q} = \frac{2\alpha}{m} \left\{ \left[\theta_F - \frac{n}{m^2} \right] \tanh(mh) + \frac{nh}{m} \right\} . \quad (18)$$

Wir erkennen, daß die Rippe nur so lange Wärme aus ihrer Unterlage abführt, wie gilt

$$\theta_F > n/m^2 . \quad (19)$$

Für den Fall

$$\theta_F = n/m^2 \quad (20)$$

gibt die Rippe nur die Wärmeleistung ab, die in ihr selbst entsteht

$$\dot{Q} = \frac{2\alpha n h}{m^2} = g L \delta h . \quad (21)$$

Sie ist also keine Kühlrippe im eigentlichen Sinn mehr.

Als Rippe pervertiert ist sie im Falle

$$\theta_F < n/m^2 . \quad (22)$$

Sie schickt nun einen Wärmestrom durch ihren Fuß in den darunter liegenden Körper, ihn heizend statt zu kühlen.

Der Quotient n/m^2 , der gleich $g\delta L/(2\alpha)$ ist, muß im Interesse einer guten Kühlwirkung klein gehalten werden. Es muß für die Rippendicke einen optimalen Wert geben, der vom Rippenvolumen $V = \delta h$ bestimmt ist. In Fig.15 sind die Gesamtwärmeleistung und die in der Rippe erzeugte Wärmeleistung als Funktion des Rippenvolumens aufgetragen, wobei das optimale Verhältnis zwischen Rippendicke und -höhe (Gl.17) beibehalten wird. Der Ordinatenabschnitt zwischen den beiden Kurvenzügen entspricht der von der Rippe aus der Unterlage bezogenen Wärmeleistung. Das ist der Betrag, auf den es bei der Rippenauslegung ankommt. Die an den Kurvenzügen stehenden Gleichungen sind Gl.(8) und (10), so umgeformt, daß die Abhängigkeit vom Rippenvolumen V hervortritt. Die innere Wärme-

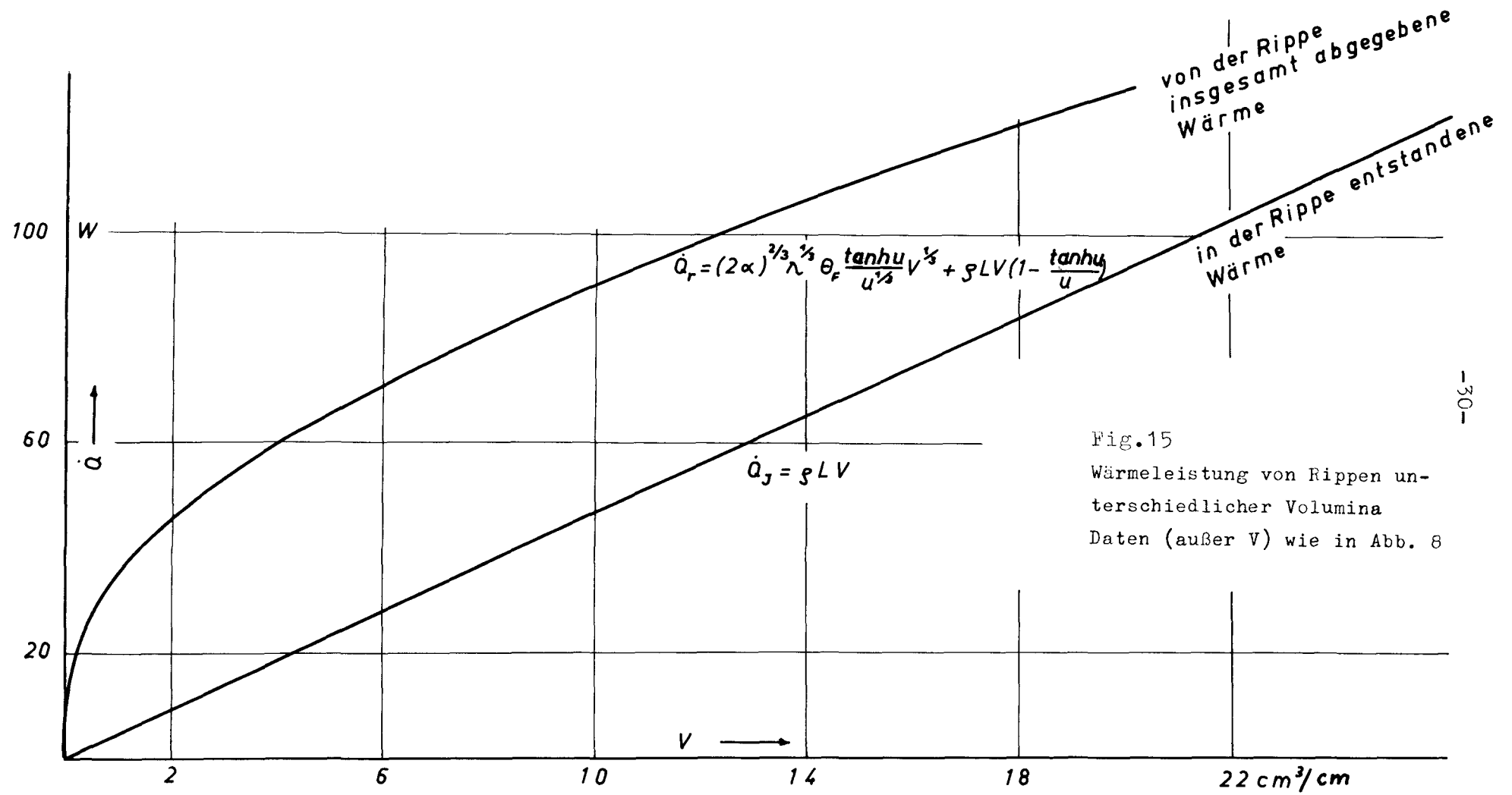


Fig.15

Wärmeleistung von Rippen unterschiedlicher Volumina
Daten (außer V) wie in Abb. 8

leistung nimmt linear mit dem Rippenvolumen zu. Die beiden Kurven schneiden sich dort, wo Gl.(20) gilt.

Das Kriterium für die Leistungsfähigkeit der wärmeabgebenden Rippe ist also die Größe des Wärmestroms $\dot{Q}_1 = \dot{Q}_R - \dot{Q}_i$, den die Rippe durch ihren Fuß aus der Unterlage abführt, siehe Fig. 16

$$\dot{Q}_1 = (2\alpha)^{2/3} \lambda^{1/3} \theta_F \frac{\tanh u}{u^{1/3}} V^{1/3} + g L V \left(1 - \frac{\tanh u}{u}\right) - g L V. \quad (23)$$

Dieser Wert muß bezüglich des Volumens maximal werden, $d\dot{Q}_1/dV = 0$. Es folgt für das günstigste Volumen

$$V_{\text{opt}} = 2\alpha u \lambda^{1/2} \left(\frac{\theta_F}{3g L} \right)^{3/2}. \quad (24)$$

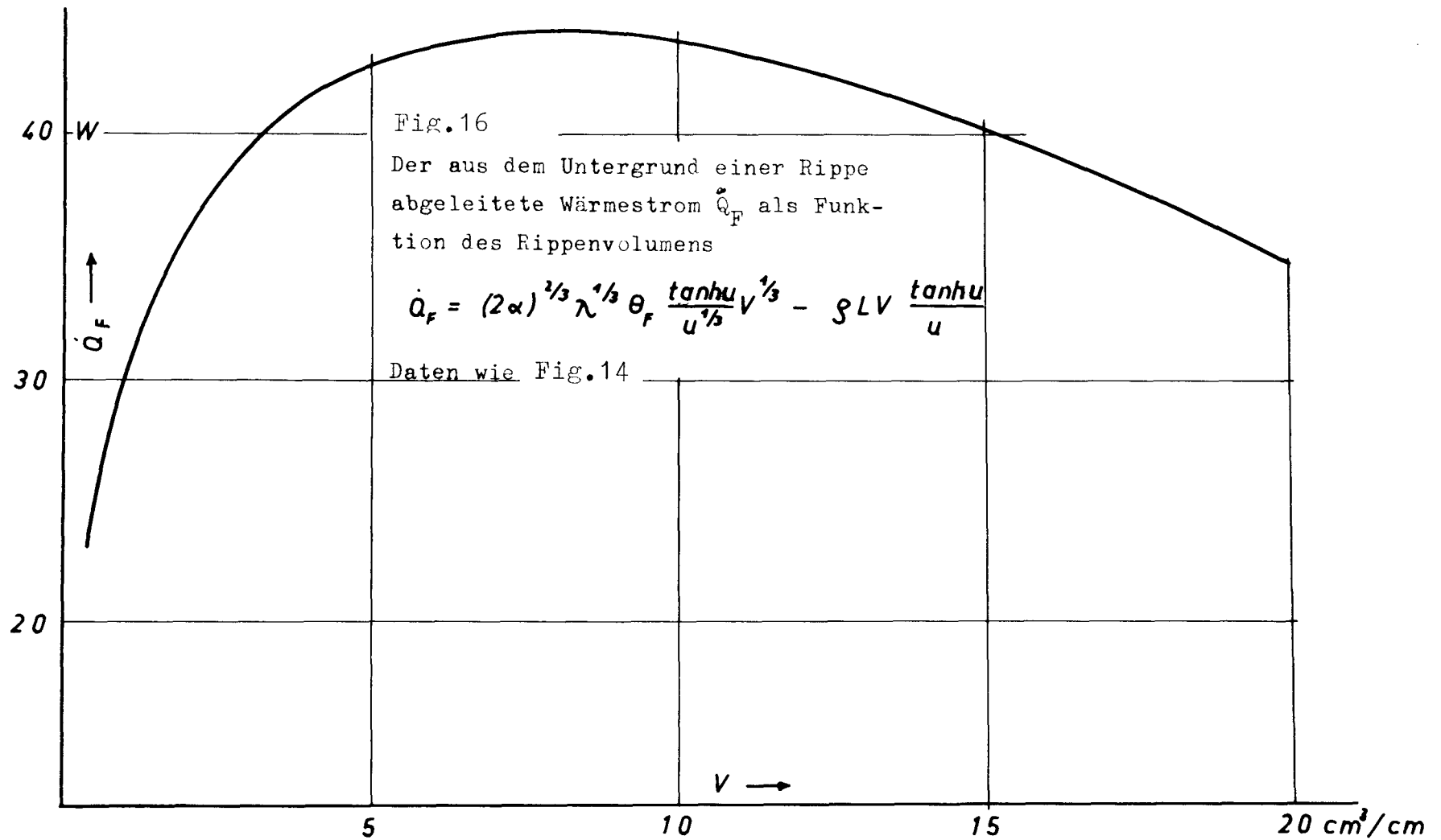
Es folgen daraus (unter Benutzung der Gl.17) die oben angegebenen Gleichungen für Dicke und Höhe der günstigsten Rippe, Gl.(14) und (15).

Oberflächenoptimierung der Rechteckrippe

Abweichend von der Rippenoptimierung über das Volumen, die für Kernreaktoreinbauten ihre besonderen Vorzüge hat, läßt sich auch eine solche über die Rippenoberfläche durchführen. Dazu ist ein Wirkungsgrad zu definieren.

In der klassischen Rippentheorie ist der Rippenwirkungsgrad so definiert, daß er das Verhältnis angibt von der tatsächlichen Wärmeleistung der Rippe zu der, die die Rippe abgäbe, wenn auf ihrer gesamten Oberfläche die Fußtemperatur herrschte, also

$$\eta = \frac{\int_0^h \theta(x) dx}{\theta_F h}. \quad (25)$$



Eine unkritische Übernahme dieser Definition führt dazu, die aus Gl. (8) bekannte Wärmeleistung einer Rippe mit inneren Wärmequellen als Zähler und die Wärmeleistung einer idealen Rippe \dot{Q}_{id} als Nenner des Wirkungsgrads zu verwenden, wobei

$$\dot{Q}_{id} = 2 \alpha h \theta_F . \quad (26)$$

Ein solcher Wirkungsgrad hätte das Aussehen

$$" \eta " = \frac{\frac{1}{m} [(\theta_F - n/m^2) \tanh(mh) + nh/m]}{\theta_F h} . \quad (27)$$

Er würde im Fall $n/m^2 > \theta_F$ den Wert Eins übersteigen. Die Wirkungsgraddefinition ist also nicht sinnvoll.

Bei Vorhandensein innerer Wärmequellen gesellt sich zu dem Wärmestrom, der durch den Rippenfuß in die Rippe eindringt, der in der Rippe selbst entstehende. Infolgedessen wird der Wärmeübergangswiderstand an der Rippenoberfläche, der durch den Wärmeübergangskoeffizienten α bestimmt wird, stärker belastet als bei Wärmequellenfreiheit. Eine Erhöhung des Rippentemperaturniveaus ist die Folge, was dazu führen kann, daß die Rippentemperatur gleich oder höher als die Rippenfußtemperatur wird. Dann kehrt sich die Wärmestromrichtung um und die Rippe ist als Kühlrippe unbrauchbar, vgl. das vorige Kapitel.

In dem zu definierenden Wirkungsgrad wird sich die Wärmequellenergiebigkeit also wirkungsgradverschlechternd auswirken müssen. Bei Wärmestromumkehr ist sogar mit einem negativen Wirkungsgrad zu rechnen. Wirkungsgradverschlechternd macht sich außerdem, in Übereinstimmung mit der klassischen Rippentheorie, der Wärmeleitwiderstand der Rippe bemerkbar.

Es erscheint deshalb sinnvoll, als Bezugsgröße des Wirkungsgrads die Wärmeleistung einer unendlich gut wärmeleitenden Rippe \dot{Q}_{id} , Gl.(26), beizubehalten und den Zähler als Differenz zwischen dem abgegebenen Wärmestrom einer wärmequellenfreien Rippe \dot{Q}_{wf} ($\lambda < \infty$) und der in der Rippe entstehenden Wärmeleistung \dot{Q}_i zu bilden.

Die Wärmeleistung einer Rippe ohne Wärmequellen folgt aus Gl. (8) mit $n = 0$

$$\dot{Q}_{wf} = \frac{2 \alpha \tanh(mh) \theta_F}{m} . \quad (28)$$

Die in der Rippe produzierte Wärmeleistung ist als Produkt aus spezifischer Wärmeleistung L und der Rippenmasse gegeben

$$\dot{Q}_i = L h \delta g = 2 \alpha n h / m^2 .$$

Der gesuchte Wirkungsgrad für Rippen mit inneren Wärmequellen lautet nun

$$\eta = \frac{\dot{Q}_{wf} - \dot{Q}_i}{\dot{Q}_{id}} = \frac{\tanh(mh) - \frac{n h}{\theta_F m}}{mh} . \quad (29)$$

Diese Beziehung geht bei Nichtvorhandensein innerer Wärmequellen ($L = n = 0$) in die Beziehung $\tanh(mh)/(mh)$ über, den klassischen Rippenwirkungsgrad.

Fig.17 stellt für einen bestimmten Fall den Rippenwirkungsgrad als Funktion der spezifischen Wärmeleistung dar. Er sinkt linear ab und erreicht bei großer Wärmequelleneergiebigkeit negative Werte.

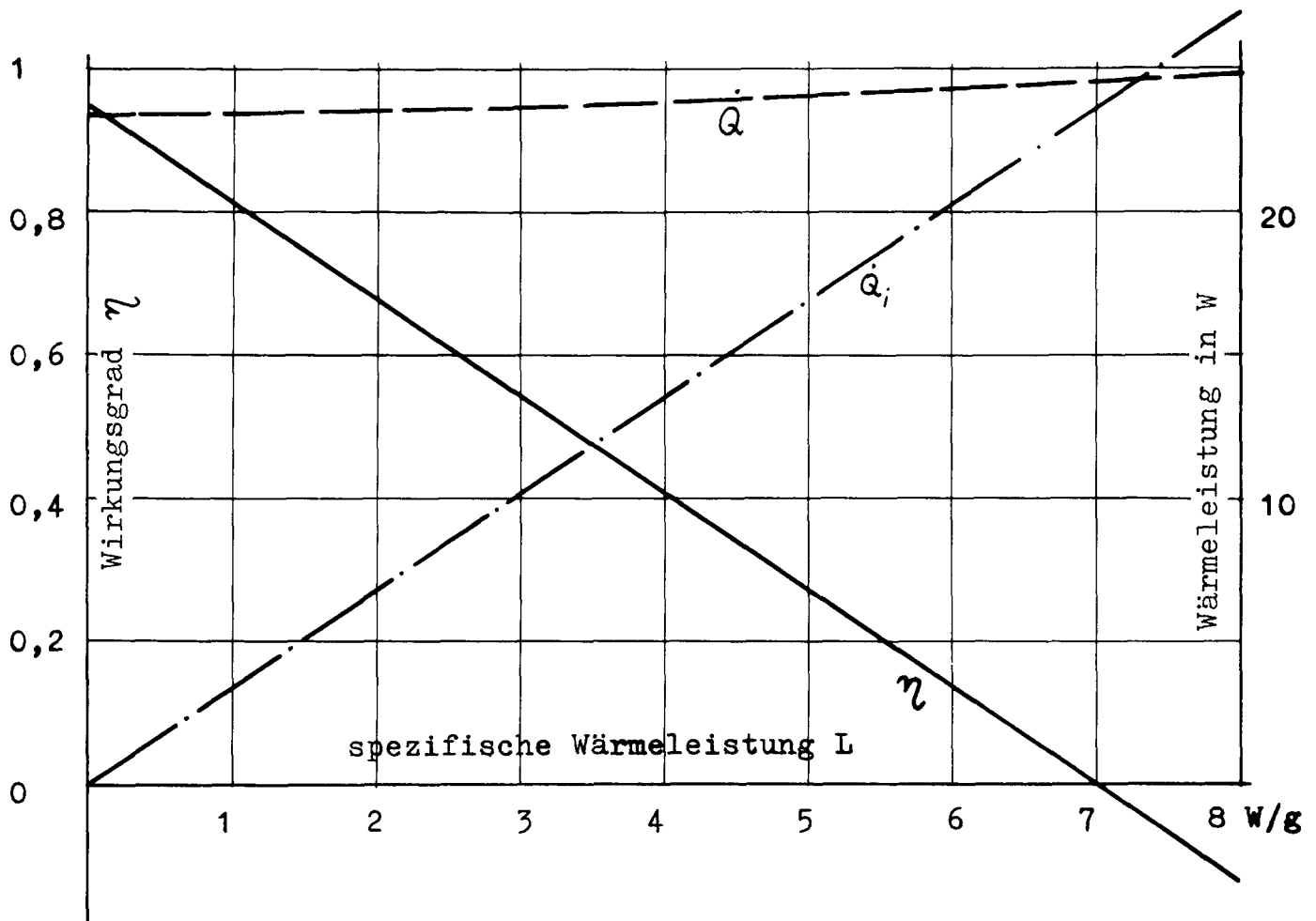


Fig.17

Der Rippenwirkungsgrad η einer wärmeabgebenden Rippe mit inneren Wärmequellen als Funktion der inneren spezifischen Wärmeleistung L . Angegeben sind ferner die von der Rippe insgesamt abgegebene Wärmeleistung \dot{Q} und die in der Rippe entstehende \dot{Q}_i .

Daten: Rippenvolumen $V = 1,3 \text{ cm}^3/\text{cm}$

Rippendicke $\delta = 0,5 \text{ cm}$

Rippenhöhe $h = 2,58 \text{ cm}$

Wärmeübergangskoeffizient $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ W}/(\text{cm}^2 \text{ grd})$

Dichte des Rippenmaterials $\rho = 2,6 \text{ g}/\text{cm}^3$

Wärmeleitfähigkeit des Rippenmaterials $\lambda = 2 \text{ W}/(\text{cm grd})$

Übertemperatur am Rippenfuß $\theta_f = 397 \text{ grd}$

Die Rippe kleinsten Bauaufwands

Im vorigen Kapitel wurden Optimierungsverfahren für die Rechteckrippe mit inneren Wärmequellen aufgestellt. In diesem Kapitel soll die günstigste Rippe überhaupt gefunden werden. Während bei der Rechteckrippe durch Einführen der Eindimensionalität eine mathematische Vereinfachung möglich ist, muß im folgenden allgemeineren Fall zweidimensional gerechnet werden. Entsprechende Rechnungen für die Rippe ohne innere Quellen wurden von E. Schmidt /2/ durchgeführt. Die von Schmidt gefundene günstigste Rippenform ist spitz mit konkav parabolischen Flanken.

Das Temperaturfeld der Rippe folgt aus Gl.(2) Kap.4.1.1 mit $z = 1$ (Zweidimensionalität) und unter Vernachlässigung des Wärmestrahlungsglieds mit

$$y \frac{d^2 \theta}{dx^2} + \frac{dy}{dx} \frac{d\theta}{dx} - \frac{\alpha}{\lambda} \theta + \frac{q L}{\lambda} y = 0 . \quad (30)$$

Eine Rippe wird, bezogen auf ihr Bauvolumen, dann die größte Wärmeleistung aus ihrem Untergrund in die Umgebung abführen, wenn der Temperaturgradient $d\theta/dx$ längs der Rippe überall die gleiche Größe annimmt. Wäre nämlich der Gradient an einer Stelle größer als an einer anderen, so würde das auf eine verstärkte Wärmeabgabe an der Stelle des steileren Gradienten hinweisen. Die Rippe kleinsten Bauaufwands muß aber über ihrer gesamten Oberfläche gleich gute Wärmeabgabeverhältnisse haben. Daraus folgt die Bedingung

$$\frac{d\theta}{dx} = \text{const} = -k . \quad (31)$$

Der Gradient muß wegen der Temperaturabnahme in x -Richtung negativ sein. Aus Gl.(31) folgt mit θ_F als Rippenfußtemperatur (bei $x = 0$)

$$\theta(x) = \theta_F - kx . \quad (32)$$

Die Konstante k läßt sich mithilfe der Fourierschen Wärmeleitungsgleichung bestimmen, die für den Rippenfuß anzusetzen ist. Wenn

\dot{Q}_F der aus dem Rippenuntergrund in die Rippe eindringende Wärmestrom ist, gilt für eine Rippe der Breite 1 und der halben Fußdicke y_0

$$\dot{Q}_F = - 2 \lambda y_0 \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x=0} . \quad (33)$$

Die Konstante k hat also die Größe (s. Gl. 31)

$$k = \dot{Q}_F / (2 \lambda y_0) . \quad (34)$$

Führen wir nun diese Beziehungen (31 bis 34) in Gl. (30) ein, so erhalten wir die Temperaturfeldgleichung der günstigsten Rippe, welche lautet

$$\frac{dy}{dx} - \frac{2y_0 \vartheta L}{\dot{Q}_F} y - \frac{\alpha}{\lambda} x + \frac{2y_0 \alpha \theta_F}{\dot{Q}_F} = 0 . \quad (35)$$

Für diese Differentialgleichung existiert die Lösungsgleichung

$$y = - \frac{\dot{Q}_F \alpha x}{2y_0 \vartheta L \lambda} + \frac{\theta_F \alpha}{\vartheta L} - \frac{\alpha}{\lambda} \left[\frac{\dot{Q}_F}{2y_0 \vartheta L} \right]^2 + C \exp(2y_0 \vartheta L x / \dot{Q}_F) . \quad (36)$$

Aus der Randbedingung, daß bei $x = h$ (an der Rippenspitze) wegen der Beziehung (31) $y = 0$ sein muß, folgt die Integrationskonstante

$$C = \left[\frac{\dot{Q}_F h \alpha}{2y_0 \vartheta L \lambda} - \frac{\theta_F \alpha}{\vartheta L} + \frac{\alpha}{\lambda} \left(\frac{\dot{Q}_F}{2y_0 \vartheta L} \right)^2 \right] \exp(-2y_0 \vartheta L h / \dot{Q}_F) . \quad (37)$$

Wir können nun die Gleichung der Rippenkontur (Rippendicke y als Funktion der Höhererstreckung x) angeben

$$y = - \frac{\dot{Q}_F \alpha x}{2y_0 \vartheta L \lambda} + \frac{\theta_F \alpha}{\vartheta L} - \frac{\alpha}{\lambda} \left\{ \frac{\dot{Q}_F}{2y_0 \vartheta L} \right\}^2 + \exp \left[2y_0 \vartheta L (x-h) / \dot{Q}_F \right] \cdot \left\{ \frac{\dot{Q}_F h \alpha}{2y_0 \vartheta L \lambda} - \frac{\theta_F \alpha}{\vartheta L} + \frac{\alpha}{\lambda} \left[\frac{\dot{Q}_F}{2y_0 \vartheta L} \right]^2 \right\} . \quad (38)$$

Die Gleichung setzt sich additiv aus einem exponentiellen und einem linearen Glied zusammen.

Das Rippenvolumen (Halbvolumen) folgt durch Integration aus der Konturgleichung

$$V = \int_0^h y(x) dx = \frac{\theta_F h \alpha}{\xi L} - \frac{\dot{Q}_F h^2 \alpha}{4 y_0 \xi L \lambda} - \frac{h \alpha}{\lambda} \left[\frac{\dot{Q}_F}{2 y_0 \xi L} \right]^2 +$$

$$+ (1 - \exp \left[- \frac{2 y_0 \xi L h}{\dot{Q}_F} \right]) \frac{\dot{Q}_F}{2 y_0 \xi L} \left\{ \frac{\dot{Q}_F h \alpha}{2 y_0 \xi L \lambda} - \frac{\theta_F \alpha}{\xi L} + \frac{\alpha}{\lambda} \left[\frac{\dot{Q}_F}{2 y_0 \xi L} \right]^2 \right\}. \quad (39)$$

Die durch Gl.(38) gegebene Rippenkontur ist vieldeutig, weil Rippenhöhe h und halbe Rippenfußdicke y_0 noch unbekannt sind. Zwar gibt Gl.(38) eine Beziehung zwischen diesen beiden Größen für den Fall $x = 0$, in dem y zu y_0 wird. Wir brauchen aber noch eine zweite Gleichung, die wir aus der Gl. des Rippenvolumens (39) durch Bildung des Extremwerts des Volumens bezüglich der Rippenfußdicke gewinnen. Wir bilden also $dV/dy_0 = 0$ und finden so die günstigste Beziehung zwischen Rippenhöhe und -fußdicke

$$h^2 - \frac{3 \dot{Q}_F}{2 L^2 y_0^2 \xi^2} + \exp \left(- \frac{2 L h y_0 \xi}{\dot{Q}_F} \right) \left[2 h \left(\frac{\dot{Q}_F}{y_0 L \xi} + h - \frac{2 \theta_F y_0 \lambda}{\dot{Q}_F} \right) + \frac{\dot{Q}_F^2}{L^2 y_0^2 \xi^2} \right]$$

$$= 0. \quad (40)$$

Wir haben jetzt zwei Bestimmungsgleichungen für die beiden Unbekannten y_0 und h . Leider ist der Weg zu einer analytischen Bestimmung dieser Größen wegen der Kompliziertheit der Funktionen versperrt. Man muß die Lösung auf dem Wege der Iteration suchen. In Fig.18 ist dargestellt, wie die Lösung unter Zuhilfenahme des elektronischen Rechners für einen bestimmten Fall gefunden wird. Der Zusammenhang zwischen Fußdicke y_0 und Rippenhöhe h für die Rippe kleinsten Bauaufwands ist durch den Schnittpunkt der Funktionen (38) und (40) gegeben. Im vorliegenden Fall findet man $y_0 = 0,76$ cm und $h = 14,8$ cm. Damit läßt sich die Rippenkontur mittels Gl. (38) berechnen. Sie ist in Fig. 19 aufgetragen, wo außerdem die Kontur einer wärmequellenfreien Rippe kleinsten Bau-

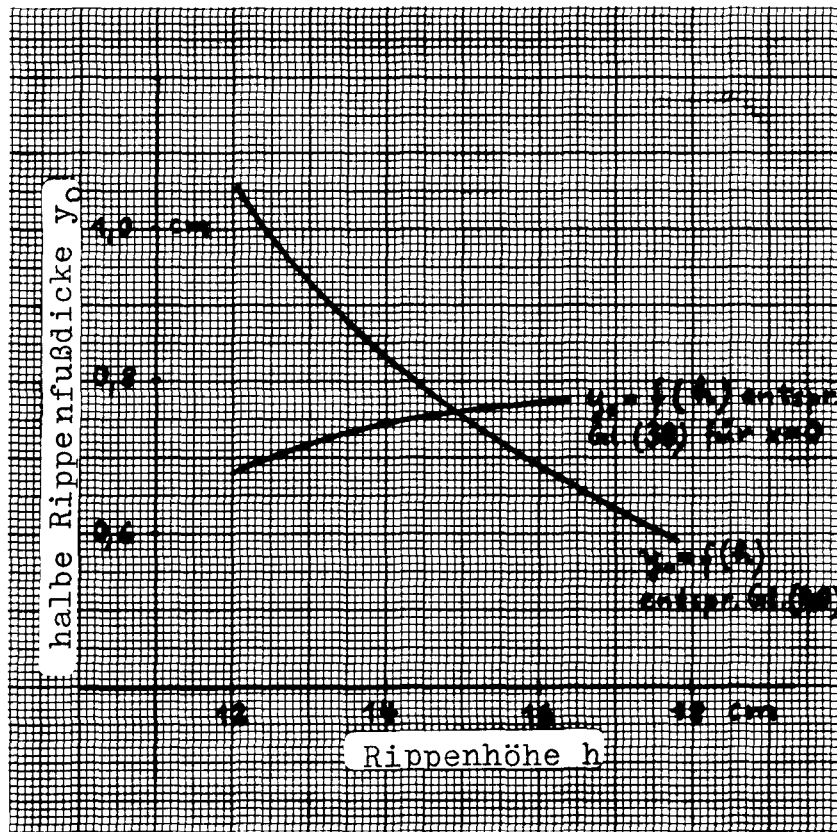


Fig.18 Bestimmung der Beziehung zwischen Rippenfußdicke $2y_0$ und Rippenhöhe h für die Rippe kleinsten Bauaufwands bei Vorhandensein innerer Wärmequellen. Folgende Werte wurden zugrunde gelegt

$$\begin{aligned} \theta_F &= 397 \text{ grad} \\ \alpha &= 0,012 \text{ W/cm}^2 \text{ grad} \\ L &= 1,8 \text{ W/g} \\ \rho &= 2,7 \text{ g/cm}^3 \text{ (Al)} \\ \lambda &= 2 \text{ W/(cm grad)} \\ Q_F &= 45 \text{ W/cm.} \end{aligned}$$

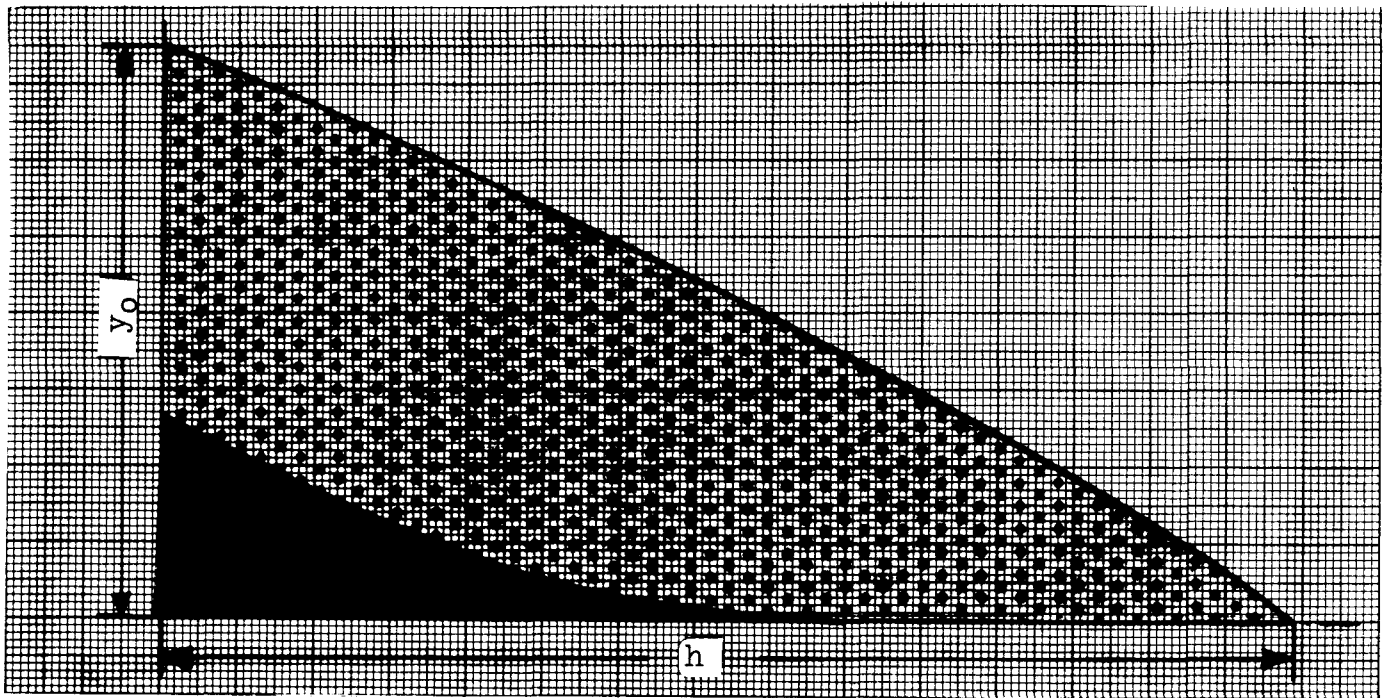


Fig.19 Vergleich von Rippen kleinsten Bauvolumens mit und ohne innere Wärmequellen bei sonst gleichen Bedingungen (siehe Bildunterschrift von Fig.18). Durch die Grobrasterung ist der Halbschnitt durch die mit Wärmequellen behaftete ($L = 1,8 \text{ W/g}$), durch Feinrasterung der Halbschnitt durch die wärmequellenfreie Rippe gekennzeichnet. Maßstab 1 : 1.

aufwands eingezeichnet ist, die unter den sonst gleichen physikalischen Verhältnissen die gleiche Wärmeleistung abgibt.

Es ist zu erkennen: Bei Wärmequellenfreiheit, $L = 0$, hat die Rippe kleinsten Bauaufwands eine konkav parabolische Kontur, die sie auch bei kleinen Aufheizraten beibehält. Bei größerer spezifischer Wärmeleistung wölben sich die Flanken konvex. Das Profil wird um so völliger, je mehr Wärme im Material am Einbauort produziert wird. Um die gleiche Wärmeleistung aus dem Rippenuntergrund abzuführen, sind mit größer werdendem L immer größere Rippenvolumina erforderlich.

4.1.2 Temperaturfelder in vorspringenden Körpern bei inhomogen-verteilten Wärmequellen

In vielen Fällen sind die innerlich erwärmten vorspringenden Körper derart ausgedehnt, daß die Änderung der spezifischen Wärmeleistung berücksichtigt werden muß. Die spezifische Wärmeleistung folgt im Reaktorkern etwa einer Cosinus-Funktion und geht außerhalb des Kerns in eine Funktion über, die sich verhältnismäßig gut durch eine logarithmische Funktion annähern läßt.

Stellvertretend für die Möglichkeiten, mit denen wir Gl.(2), Kap. 4.1.1, (Temperaturfeldgl. für einen vorspringenden Körper mit inneren Wärmequellen) dem inhomogenen Wärmequellenfeld anpassen können, wollen wir den Temperaturverlauf in einem Fingerhutrohr berechnen, das in einen horizontalen Experimentierkanal eingebaut wird und als Umhüllung für Experimentiereinsätze dient. Fig.21 und Fig. 22 zeigen den prinzipiellen Aufbau. Die im Fingerhutrohr entstehende Wärmeleistung wird zum Teil radial über einen Gasspalt (meist mit Helium gefüllt) an die Umgebung abgegeben, zum Teil axial in die Einspannstelle des Rohres abgeleitet.

Weil die Rohrlänge, l (Bezeichnungen in Fig.21) sehr groß ist im Vergleich zur Wanddicke w , behandeln wir das Problem eindimensional. Für die Verteilung der spezifischen Wärmeleistung im Experimentierkanal 10-H des FRJ-2 bei 15 MW Reaktorleistung findet man

Entfernung vom kernnächsten Punkt x in cm nach /16/
Spezifische Wärmeleistung L in W/g

x	0	15	30	50	80
L	0,455	0,318	0,165	0,075	0,035

Zur Approximation dieser Verteilung ist die Funktion geeignet

$$L_x = L_0 e^{-kx} \quad . \quad (41)$$

In Fig.20 sind zum Vergleich die Tabellenwerte nach /16/ aufgetragen (durchgezogene Kurve) und die Werte, die sich mithilfe der Gl.(41) mit $k = 0,035 \text{ cm}^{-1}$ ergeben (gestrichelte Kurve).

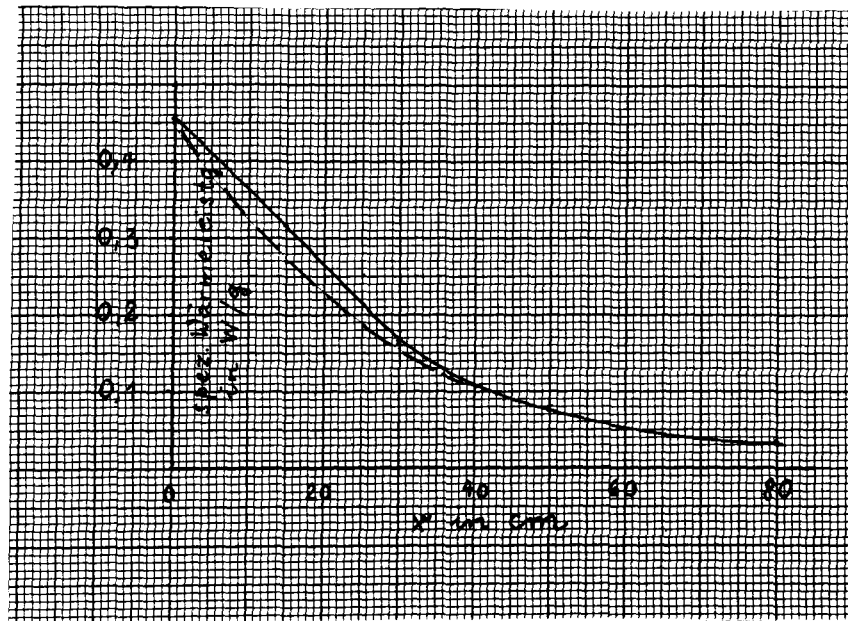


Fig.20 Spezifische Wärmeleistung im Experimentierkanal 10-H des FRJ-2 bei 15 MW Reaktorleistung als Funktion der Kanallänge. Ausgezogene Kurve: tatsächlicher Verlauf, gestrichelte Kurve: durch Gl.(41) angenäherter Verlauf.

Mit den in Fig. 21 angegebenen Bezeichnungen und mit $\Theta = \vartheta - \vartheta_w$ erhalten wir durch eine Wärmebilanz entspr. der in Kap.4.1.1 beschriebenen die Gleichung des Temperaturverlaufs

$$\lambda_w A \frac{d^2 \Theta}{dx^2} - \lambda_G \frac{2\pi r}{s} \Theta + L_0 e^{-kx} \cdot 2\pi r \vartheta_w = 0. \quad (42)$$

Im 10-H-Kanal ist der Radius r des Fingerhutrohrs groß gegenüber der Wanddicke w und der Gasspaltweite s und der Fehler ist klein, der dadurch entsteht, daß das gleiche r sowohl bei der Erfassung der Wärmeleitung über den Gasspalt (2. Term) wie auch bei der inneren Aufheizung (3. Term) benutzt wird. Für die wärmedurchgesetzte Querschnittsfläche A setzen wir deshalb auch an $A = 2\pi r w$ und formen die Gl.(42) um in

$$\frac{d^2 \Theta}{dx^2} - m^2 \Theta + n e^{-kx} = 0, \quad (43)$$

mit $m^2 = \lambda_G / (\lambda_w s w)$ und $n = \vartheta L_0 / \lambda_w$.

Die Lösungsgleichung der inhomogenen Differentialgl.(43) lautet

$$\Theta = A e^{mx} + B e^{-mx} + \frac{n}{m^2 - k^2} e^{-kx}. \quad (44)$$

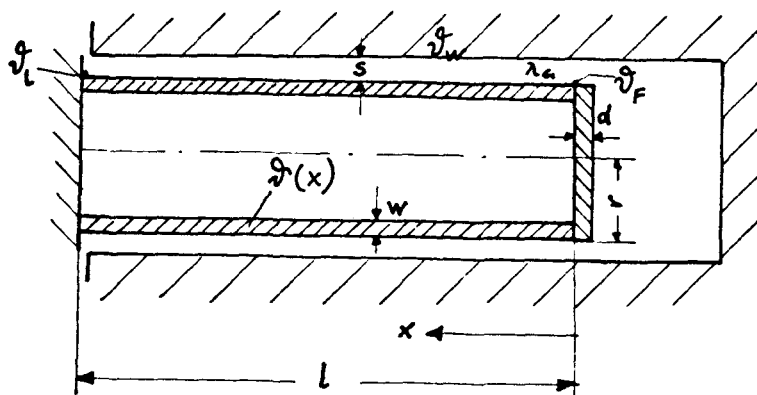


Fig. 21 Bezeichnungen der Einflußgrößen

Eine Randbedingung ist uns durch Kenntnis der Temperatur am Einspannort ($x = l$) gegeben. Mit der zweiten Randbedingung wollen wir die Wärmeproduktion im Fingerhutrohrboden (bei $x = 0$) erfassen. Der Abstand zwischen diesem Boden und dem Strahlrohrboden ist viel größer als die Gasspaltweite s (Fig. 21), sodaß die im Fingerhutrohrboden entstehende Wärmeleistung im wesentlichen durch Wärmeleitung in die Fingerhutrohrwand eindringt. Es gilt also (Fouriersche Wärmeleitungsgl.) für $x = 0$

$$-\lambda_w \cdot 2\pi r w \left(\frac{d\theta}{dx}\right) = \oint L_o \pi r^2 d \quad (45)$$

mit d als Bodendicke. Wir wollen abgekürzt schreiben

$$\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{x=0} = - \frac{r d L_o \oint}{2 \lambda_w w} = p \quad (46)$$

Damit lassen sich nun die Integrationskonstanten bestimmen. Man erhält für den Temperaturverlauf

$$\begin{aligned} \theta = \theta_1 \frac{\cosh(mx)}{\cosh(ml)} - \frac{n}{m^2 - k^2} \left[\frac{\cosh(mx)}{\cosh(ml)} \left(e^{-kl} + e^{\frac{ml}{k}} \right) - \frac{k}{m} e^{mx} + \right. \\ \left. - e^{-kx} \right] + \frac{p}{m} \left(e^{mx} - e^{\frac{ml}{k}} \frac{\cosh(mx)}{\cosh(ml)} \right) \quad (47) \end{aligned}$$

Die Höchsttemperatur des Rohrumfangs bildet sich bei $x = 0$ aus. Die Übertemperatur gegenüber der Strahlrohrtemperatur (die vom Reaktorwasser aufgeprägt wird) θ_F ist demzufolge gegeben durch

$$\begin{aligned} \theta_F = \frac{\theta_1}{\cosh(ml)} - \frac{n}{m^2 - k^2} \left[\frac{1}{\cosh(ml)} \left(e^{-kl} + e^{\frac{ml}{k}} \right) - \frac{k}{m} - 1 \right] + \\ \frac{p}{m} \left(1 - \frac{e^{\frac{ml}{k}}}{\cosh(ml)} \right) \quad (48) \end{aligned}$$

Die Gleichungen (47) und (48) lassen sich noch vereinfachen. An der Einspannstelle haben das Fingerhutrohr und das Strahlrohr thermischen Kontakt und nehmen deshalb die gleiche Temperatur an, $\vartheta_1 = \vartheta_w$. Also wird $\Theta_1 = 0$ und das erste Glied der rechten Seite der Gl. (47) und (48) entfällt. Wegen der Länge des Fingerhutrohrs nimmt die Größe e^{-kl} einen sehr kleinen Wert an. Deshalb braucht man ihn (im zweiten Glied) nicht zu berücksichtigen. Schließlich gilt $e^{ml}/(\cosh ml) \approx 2$, weil der Wert der Hyperbelfunktion $\cosh(ml) = \frac{e^{ml} + e^{-ml}}{2}$ im vorliegenden Fall nur vom Zählerglied mit dem positiven Exponenten bestimmt wird.

Die vereinfachten Gleichungen lauten

$$\Theta = \frac{n}{m^2 - k^2} \left[\frac{k}{m} e^{mx} + e^{-kx} - \frac{2k \cosh(mx)}{m} \right] + \frac{p}{m} (e^{mx} - 2 \cosh(mx))$$

(Gl. des Temperaturverlaufs im Fingerhutrohr) (49)

und

$$\Theta_F = \frac{n}{m^2 - k^2} \left(1 - \frac{k}{m} \right) - \frac{p}{m} \quad (\text{höchste Übertemperatur über der Temperatur des Strahlrohrs}).$$

(50)

Fig. 22 zeigt den mittels Gl. (49) errechneten Temperaturverlauf in einem Aluminium-Fingerhutrohr als durchgezogene Kurve. Der Rechnung liegen folgende Werte zugrunde

Fingerhutrohrlänge $l = 135 \text{ cm}$	Gasspaltweite $s = 0,795 \text{ cm}$
Rohrradius $r = 13,2 \text{ cm}$	Wärmeleitfähigk. des Wand-
Rohrbodendicke $d = 0,95 \text{ cm}$	materials $\lambda_w = 2,1 \text{ W/cm grad}$
Rohrwandstärke $w = 0,54 \text{ cm}$	$k = 0,035 \text{ cm}^{-1}$
Wärmeleitfähigkeit des Helium im Gasspalt $\lambda_G = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ W/cm grad}$	
(die zur Stoffbezugstemperatur von 170°C gehörige Wärmeleitfähigkeit von $1,85 \cdot 10^{-3} \text{ W/cm grad}$ entspr. der mittleren Temperatur im Gasspalt wurde zur Erfassung der Wärmeübertragung durch Strahlung mit einem Zuschlag versehen)	
$m = \sqrt{\lambda_G / \lambda_w s w} = 0,493 \text{ cm}^{-1}$;	$n = \xi L_0 / \lambda_w = 0,585 \text{ grad/cm}^2$
$p = -6,804 \text{ grad/cm}$; Temperatur an der Einspannstelle 50°C .	

In Fig. 22 sind als einzelne Punkte Temperaturmeßwerte eingetragen (die Messungen wurden von J.P. Wolters, Zentralabt. Forschungsreaktoren, durchgeführt). Die Messungen und die Rechnung zeigen prinzipielle Übereinstimmung, besonders im Bereich des kernseitigen Fingerhutrohrendes, in dem die höchsten Temperaturen auftreten. Die bei der Messung gefundenen Temperaturabweichungen in der gleichen Meßebene sind eventuell auf eine Exzentrizität des Fingerhutrohres im Experimentierkanal zurückzuführen. Die bemerkenswerte Abweichung der gerechneten Temperaturen von den gemessenen im Bereich des Graphit-Schildes ist auf die veränderte Umgebungstemperatur im Bereich des Graphits zurückzuführen, die um etwa 50 bis 70 Grad über der Umgebungstemperatur im Bereich des Wassers oder der Blei- und Betonabschirmung liegt (gestrichelte Kurve in Fig. 22).

Aus Fig. 22 ist auch der Einfluß der beiden Summanden der rechten Seite von Gl.(49) zu ersehen. Der zweite Summand gibt den Einfluß der aus dem Fingerhutrohrboden kommenden Wärmeleistung an, der in der Nähe des Bodens am größten ist. Der Temperaturverlauf, der sich bei Nichtvorhandensein des Bodens ergäbe, entsprechend dem ersten Summanden aus Gl.(49), ist durch die strichpunktierte Kurve wiedergegeben. Die Differenz der Ordinatenabschnitte zwischen dieser und der ausgezogenen Kurve entspricht dem zweiten Summanden.

Die Berechnung des Temperaturverlaufs läßt sich noch verbessern, wenn man die veränderte Umgebungstemperatur im Graphitbereich in die Rechnung einbezieht. Auch Änderungen bezüglich der Geometrie längs eines Reaktoreinschubs oder Änderungen aufgrund zusätzlicher Wärmequellen lassen sich durch abschnittsweises Ansetzen der Differentialgl. und eine Koppelung der Gleichungen durch geeignete Randbedingungen erfassen. Im folgenden wird diese Möglichkeit an einem Beispiel gezeigt.

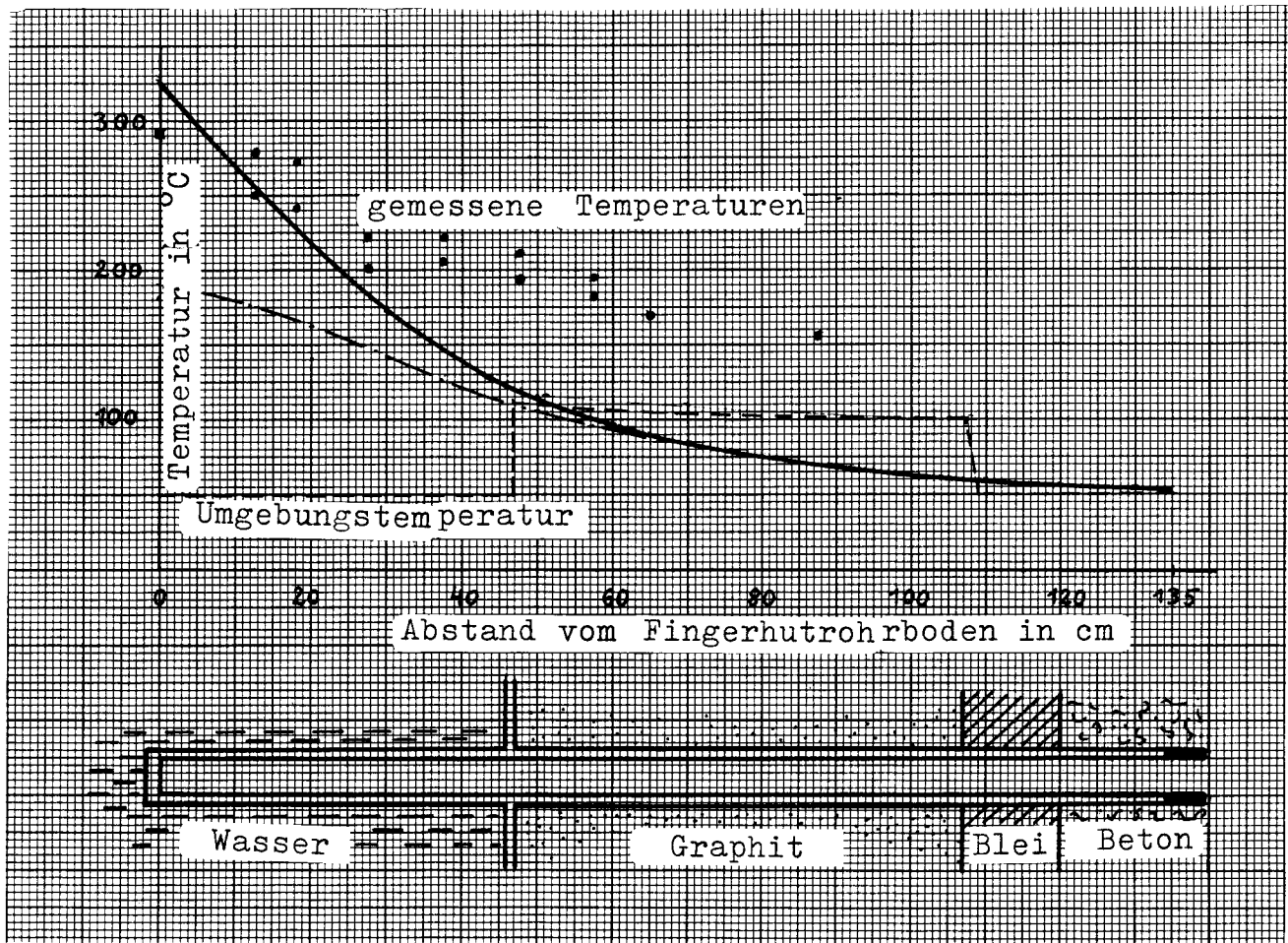


Fig.22 Temperaturverlauf im Fingerhutrohr des 10-H-Kanals im FRJ-2 bei 15 MW Reaktorleistung. Die ausgezogene Linie zeigt den berechneten Temperaturverlauf. Unten ein Prinzipbild der Anordnung.

4.1.3 Temperaturverlauf an einer Übergangsstelle zwischen Orten verschiedener Temperatur.

Fig.23 zeigt eine in ein Strahlrohr eingebaute Sonde, deren Meßkopf einen größeren Durchmesser als das Haltegestänge aufweist. Die Sonde dient zur Temperaturmessung durch thermisches Rauschen. Gesucht ist der Temperaturverlauf im Übergangsstück. In genügender Entfernung vom Übergangsstück wird die in der Sonde produzierte Wärmeleistung radial an das wassergekühlte Außenrohr (Strahlrohr) abgeführt. Dort läßt sich die Sondentemperatur infolgedessen konventionell berechnen. Im Übergangsbereich tritt jedoch auch ein axialer Wärmestrom auf, der das Temperaturprofil beeinflusst.

Wenn wir für den Bereich des großen Gasspalts vereinfachend unter Vernachlässigung der Wärmestrahlung annehmen, daß kein Wärmeaustausch mit dem wassergekühlten Strahlrohr stattfindet, so wird der Temperaturverlauf in diesem Sondenstück beschrieben (Gl.3, Kap.4.1.1.1, Wärmeübergangsglied zur Umgebung Null)

$$\frac{d^2\theta}{dx_2^2} + \frac{\rho L}{\lambda} = 0 \quad . \quad (1)$$

Wir wollen wieder die Abkürzung einführen $n = \rho L/\lambda$ (ρ Dichte des Gestängematerials, L spezif. Wärmeleistung, λ Wärmeleitfähigkeit des Gestängematerials) und mit l_2 die Länge zwischen den Stellen bezeichnen, wo die Temperaturen $\theta_{\bar{u}}$ und θ_2 auftreten (bei θ_2 soll kein axialer Wärmestrom mehr auftreten, also $d\theta/dx_2 = 0$).

Um den Temperaturverlauf längs x_2 zu ermitteln, verwenden wir die Randbedingungen: bei $x_2 = 0$ ist $\theta = \theta_2$, bei $x_2 = l_2$ ist $\theta = 0$ (eigentlich müßte hier stehen $\theta = \theta_{\bar{u}}$, die Rechnung wird aber bequemer, wenn wir diese Transformation vornehmen). Man erhält im Übergangsbereich einen Temperaturverlauf

$$\theta = \theta_2 + \left(\frac{n l_2}{2} - \frac{\theta_2}{l_2} \right) x_2 - \frac{n x_2^2}{2} \quad . \quad (2)$$

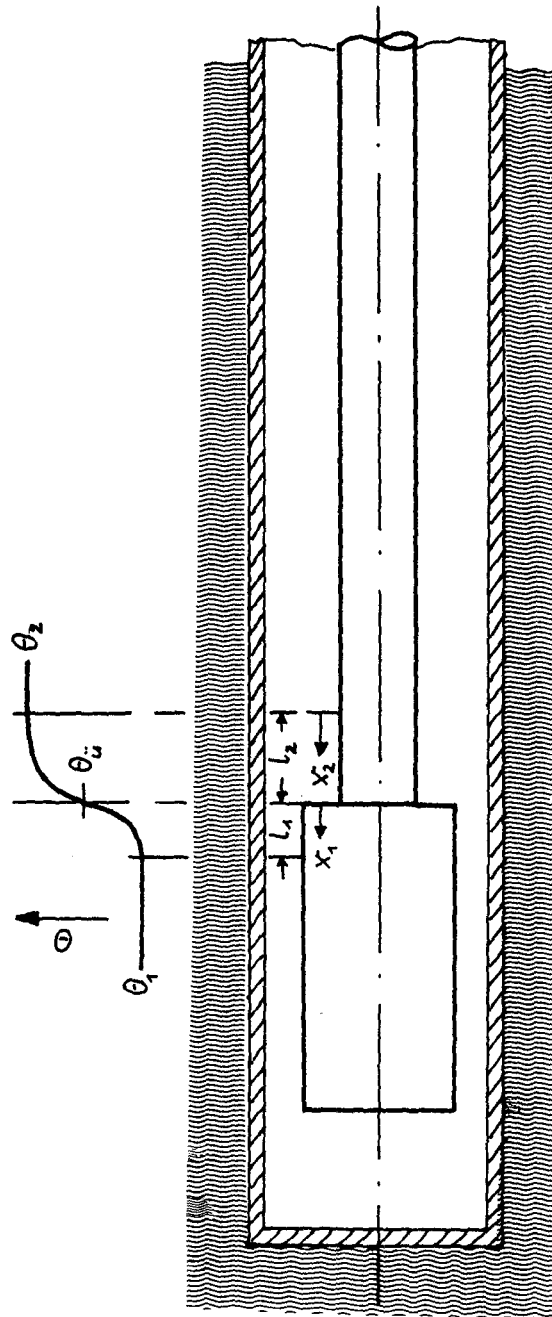


Fig. 23 Zur Bestimmung des Temperaturverlaufs in einer Sonde in einem Übergangsbereich zwischen den Orten der bekannten Temperaturen θ_1 und θ_2 , an denen kein axialer Wärmestrom auftritt.

Für $x_2 = 0$ muß außerdem gelten (s.o.) $d\theta/dx_2 = 0$. Dies in die Ableitung der Temperaturverlaufs-gl. eingeführt und nach l_2 aufgelöst gibt die Länge l_2 an, in welcher ein axialer Wärmestrom auftritt

$$l_2 = \sqrt{\frac{2 \theta_2}{n}} \quad (3)$$

Für den Übergangsquerschnitt finden wir die Wärmestromdichte (entspr. $\dot{q} = -\lambda \left(\frac{d\theta}{dx_2}\right)_{x_2=l_2}$)

$$\dot{q} = \lambda \left(\frac{n l_2}{2} + \frac{\theta_2}{l_2} \right) \quad (4)$$

Im Bereich des engen Gasspalts (l_1) ist in die Temperaturverlaufsgleichung ein Glied aufzunehmen, das die radialen Wärmeverluste erfaßt. Der axiale Wärmestrom wird hier infolgedessen schneller aufgezehrt. Es gilt (vgl. Gl. 3, Kap.4.1.1.1)

$$\frac{d^2 \theta}{dx_1^2} - m^2 \theta + n = 0 \quad (5)$$

mit der Lösungsgl. $\theta = A e^{\frac{mx}{2}} + B e^{-\frac{mx}{2}} + \frac{n}{m^2} \quad (6)$

Die Größe $m = \sqrt{1/(\pi r^2 \lambda R)}$ erfaßt die radiale Wärmeableitung, wobei R den Wärmewiderstand zwischen Sonde und Strahlrohr darstellt, r den Radius der Sonde und λ die Wärmeleitfähigkeit des Sondenmaterials. R bedeutet den Gesamtwärmewiderstand zwischen Sonde und wassergekühltem Außenrohr. Die Länge zwischen dem Übergangsort und dem Ort, von welchem ab kein axialer Wärmestrom auftritt, werde mit l_1 bezeichnet.

Mit den Randbedingungen $\theta = \theta_{ij}$ bei $x_1 = 0$ und $d\theta/dx_1 = 0$ bei $x_1 = l_1$ findet man die Integrationskonstanten

$$A = \theta_{ij} - B - n/m^2$$

und
$$B = \frac{(\theta_{\ddot{u}} - n/m^2)e^{ml_1}}{e^{ml_1} + e^{-ml_1}} .$$

Da die Wärmestromdichte im Übergangsquerschnitt bekannt ist, Gl.(4), kennt man auch den dortigen Temperaturgradienten, $(d\theta/dx_1)_{x_1=0} = (d\theta/dx_2)_{x_2=l_2} = u$. Aus der Lösungsgleichung ergibt sich nun für die Temperatur am Übergangsort

$$\theta_{\ddot{u}} = \frac{\frac{u}{m} + \frac{n}{m^2} \left[1 - \frac{e^{ml_1}}{\cosh(ml_1)} \right]}{1 - \frac{e^{ml_1}}{\cosh(ml_1)}} . \quad (7)$$

Die Gl. des Temperaturverlaufs im betrachteten Stück geht durch Einsetzen der Konstanten aus der Lösungsgl. hervor

$$\theta = (\theta_{\ddot{u}} - \frac{n}{m^2}) \frac{\cosh[m(l_1 - x_1)]}{\cosh(ml_1)} + \frac{n}{m^2} . \quad (8)$$

Für die Temperatur θ_1 muß deshalb gelten (mit $x_1 = l_1$)

$$\theta_1 = \frac{\theta_{\ddot{u}} - \frac{n}{m^2}}{\cosh(ml_1)} + \frac{n}{m^2} . \quad (9)$$

Durch Kombination der Gl. (7) und (9) finden wir eine Beziehung, aus der wir das bis jetzt noch unbekannte l_1 berechnen können:

$$\theta_1 = \frac{n}{m^2} - \frac{u}{m \sinh(ml_1)} . \quad (10)$$

Nun kann auch die Temperatur am Übergangsort $\theta_{\ddot{u}}$ und der Temperaturverlauf numerisch bestimmt werden.

4.2 Ein inverses Problem

Im Kapitel 2 sind Rechen- und Meßverfahren zur Bestimmung der spezifischen Wärmeleistung in bestrahlter Materie angegeben. Wie man diese physikalische Größe aus der Kenntnis des mathematischen Modells und des Temperaturfelds bestimmen kann, soll an einem Beispiel aus der Reaktor-Experimentierpraxis gezeigt werden.

4.2.2 Bestimmung der spezifischen Wärmeleistung aus Meßwerten eines Bestrahlungseinschubs

Im FRJ-2 wurde ein Loop installiert, das zur Untersuchung des Massentransports von Graphit in CO_2 unter Reaktorbedingungen diente /27/. Der Bestrahlungseinschub ist in Fig.24 dargestellt. Die Probenbehälter mit den Graphitproben stecken auf einem Rohr, durch welches das außerhalb des Reaktors vorgewärmte Gas einströmt. Es tritt in der Nähe des unteren Rohrendes aus Schlitzen aus und nimmt seinen Weg an den Proben vorbei zum oberen Ende der Bestrahlungskapsel, wo es wieder in einem Rohr gesammelt wird. In einer Anzahl Graphitproben stecken Thermoelemente. Die Bestrahlungskapsel enthält ferner eine Ionisationskammer zur Messung der Gamma-Dosisleistung. Bestrahlungsort ist der Zentralkanal eines hohlen Brennelements.

Die spezifische Wärmeleistung in den Graphitproben war ein wichtiger Versuchsparameter, da der Massentransport des Graphits, der über den Gewichtsverlust der Proben zu bestimmen war, eine Funktion der von den Proben absorbierten Gamma-Energie, d.h. dem Integral der Wärmeleistung über die Bestrahlungszeit ist.

Im Loop-Normalbetrieb wird die in den Graphitproben entstehende Wärmeleistung vom CO_2 -Strom mitgenommen. Bei Stillstand des Gaskreislaufs (Abschalten der Gasumwälzpumpe) muß die in den Proben produzierte Wärmeleistung unter Überwindung von Wärmewiderständen zum Reaktorkühlwasser übergehen, das das äußere Hüllrohr des Bestrahlungseinschubs umströmt. Der von einer Probe zum Kühlwasser übergehende Wärmestrom \dot{Q} ist proportional der Temperaturdifferenz Θ zwischen Probe und Kühlwasser und umgekehrt proportional dem Widerstand R (Analogie zum Ohmschen Gesetz)

$$\dot{Q} = \Theta / R \quad . \quad (1)$$

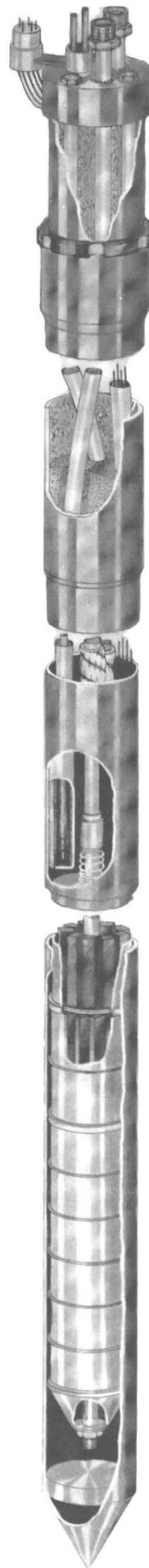


Fig. 24

Bestrahlungseinschub

LV 21

Die Wärmeleistung einer Probe hängt von deren Masse und der örtlichen spezifischen Wärmeleistung L ab

$$\dot{Q} = m L \quad . \quad (2)$$

Wir können also L berechnen, wenn R , m und Θ bekannt sind.

Die Temperaturdifferenz Θ erhalten wir, wenn wir von der in der Probe gemessenen Temperatur die Kühlwassertemperatur abziehen. Die gemessenen Probentemperaturen zeigt Fig.25. Die Kühlwassertemperatur betrug im Mittel 40°C . Sie ändert sich zwar längs des Einschubs durch Wärmeaufnahme aus den umliegenden Brennstoffplatten um 4 grd, für die Rechnung genügt jedoch der Mittelwert.

Wenn wir die spezifische Wärmeleistung L an einem Ort innerhalb des Einschubs kennen, so sind wir in der Lage, wegen der Proportionalität von L und Θ (aus Gl.1 und 2 folgt $L = \Theta/mR$) L als Funktion des Ortes im Einschub anzugeben. Tatsächlich haben wir einen Bezugspunkt, für den wir die spezifische Wärmeleistung angeben können, nämlich den Ort der Ionisationskammer, 38 cm über Kernmittelebene, siehe Fig.25 und 26. Die Graphitprobentemperatur, die sich dort einstellen würde, wenn sich am Ort der Meßkammer Bestrahlungsproben befänden, findet man durch eine Extrapolation des Probentemperaturkurvenzuges bis zu diesem Ort.

Nach Fig.25 findet man eine Temperatur von ca 170°C . Daraus folgt $\Theta = 170^{\circ}\text{C} - 40^{\circ}\text{C} = 130$ grd. Aus dem Anzeigewert der Ionisationskammer (siehe Kap.2.2.2.3) ergibt sich eine spezifische Wärmeleistung von $L = 0,51$ W/g. Wenn man von der Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit und der Wärmeübertragung durch Strahlung absieht, muß für die gesamte Einschublänge gelten

$$\frac{\Theta}{L} = mR = \frac{130 \text{ grd}}{0,51 \text{ W/g}} = 255 \text{ g grd/W} = \text{const.} \quad (3)$$

Daraus folgt die Verteilung der spezifischen Wärmeleistung, wie sie in Fig.26 gezeichnet ist.

Die Fehler dieser Methode haben vier Ursachen. Eine erste ist in der Mittelung der Temperaturverteilungskurve begründet. Die in Fig.25 angegebenen drei Temperaturkurven für 10 MW Reaktorlei-

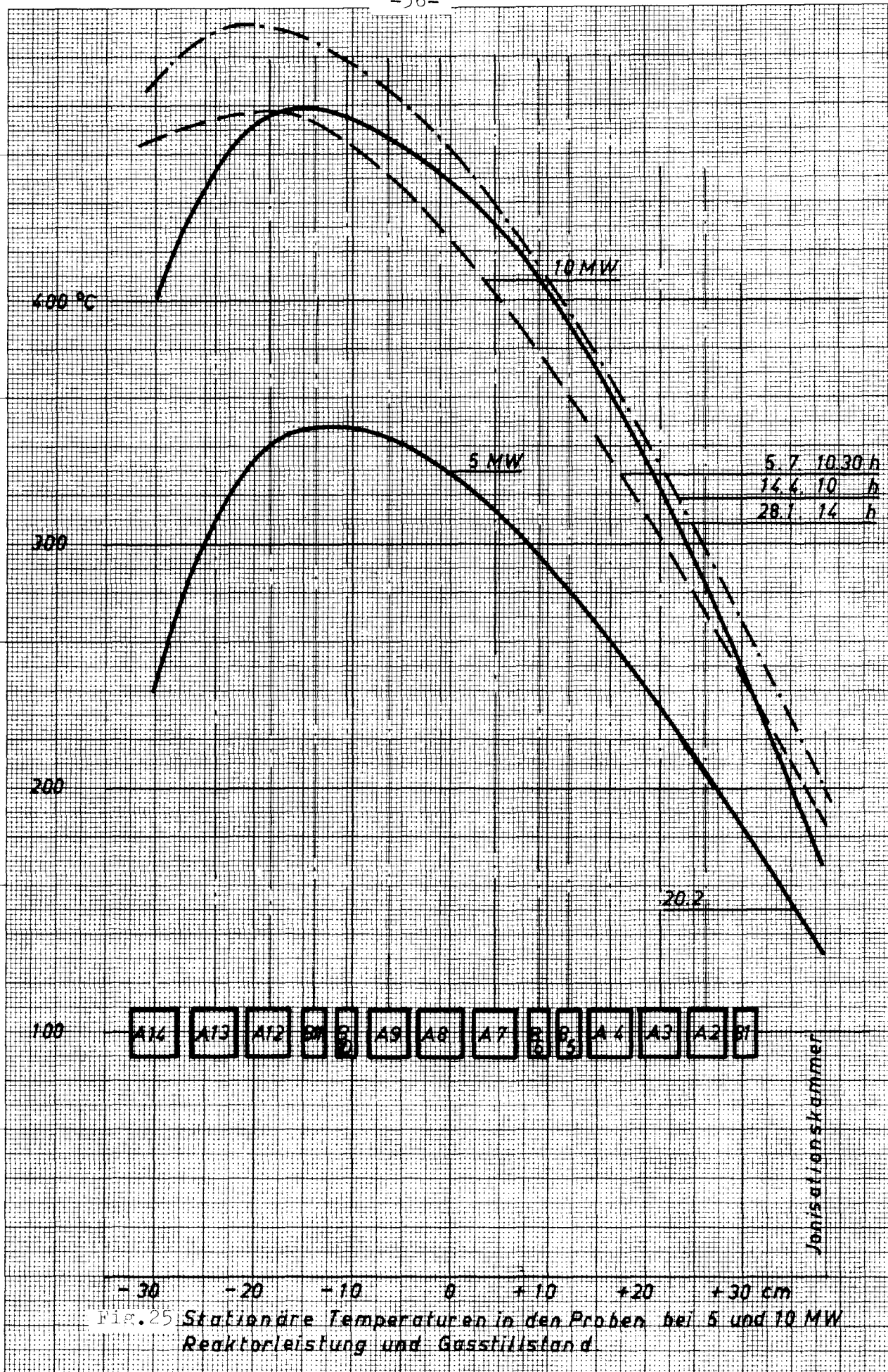


Fig. 26

Verteilung der spezifischen Wärmeleistung
Mk III Pos. D3

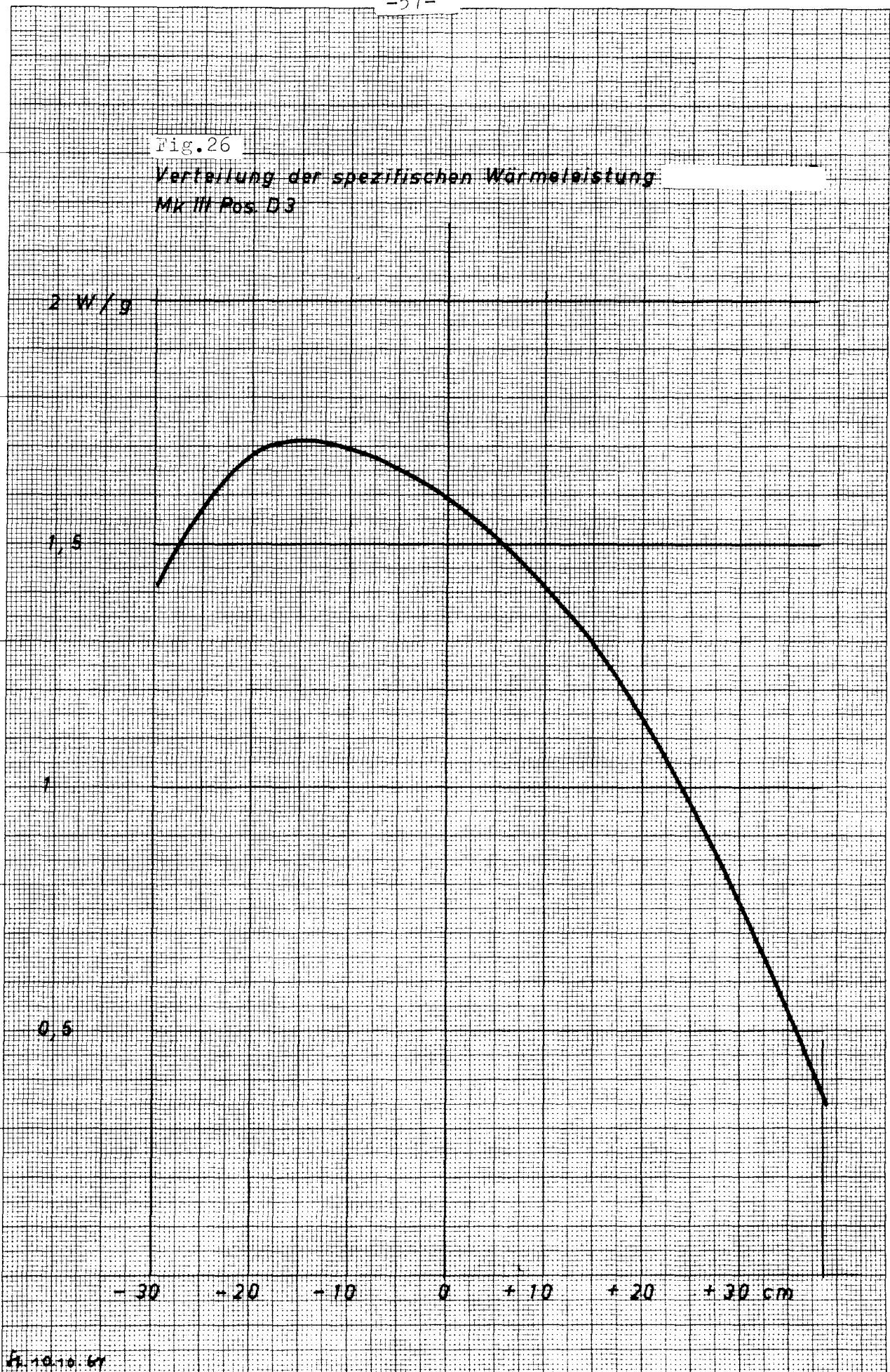
2 W/g

$1,5$

$0,5$

- 30 - 20 - 10 0 + 10 + 20 + 30 cm

fr. 10.10.67



stung begrenzen ein Gebiet, das als Maß für die Festlegung von Fehlergrenzen dienen kann. Die zweite Fehlerursache liegt in der Extrapolation der Temperaturkurve bis zum Ort der Ionisationskammer, die dritte in Anzeige und Eichung der Ionisationskammer und die vierte in der Temperaturabhängigkeit des Wärmewiderstands. Wir haben aber eine Möglichkeit, die Brauchbarkeit des Verfahrens zu überprüfen, und zwar mittels der bei 5 MW gemessenen Proben-temperaturen.

Die aus der 5-MW-Temperaturverteilung gefundenen Werte der spezifischen Wärmeleistung L_5 müssen nämlich halb so groß sein, wie die bei 10 MW gefundenen (L_{10})

$$\frac{L_5}{L_{10}} = 0,5 \quad (4)$$

Der Wärmewiderstand zwischen Probe und Kühlwasser wird hauptsächlich von einem Gasspalt der Weite s bestimmt, der sich zwischen Probenbehälter und Außenrohr befindet. Der Wärmetransport erfolgt an dieser Stelle durch Leitung und Strahlung, sodaß gilt

$$\frac{L_5}{L_{10}} = \frac{\dot{Q}_5}{\dot{Q}_{10}} = \frac{\frac{\lambda_5}{s_5} \theta_5 + r \left[\left(\frac{T_5}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right]}{\frac{\lambda_{10}}{s_{10}} \theta_{10} + r \left[\left(\frac{T_{10}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right]}, \quad (5)$$

$$\text{mit} \quad r = 1 / \left\{ \frac{1}{c_s} \left(\frac{1}{\epsilon_{st}} + \frac{1}{\epsilon_{Cu}} - 1 \right) \right\} \quad .$$

Bedeutung der Größen:

λ Wärmeleitfähigkeit des Gases im Spalt (CO_2)

T_5 , T_{10} und T_w absolute Temperatur in den Proben bei 5, 10 MW oder des Kühlwassers

c_s Strahlungskoeffizient des schwarzen Körpers

ϵ_{st} Absorptionsverhältnis von Edelstahl (= 0,22), ϵ_{Cu} Absorptionsverhältnis von Cu (= 0,5)

Die Ergebnisse der Zahlenrechnung enthält umstehende Tabelle. Bei der Rechnung wurde die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit des Gases sowie die Veränderung der Spaltweite durch Wärmeausdehnung berücksichtigt. Die in der letzten Spalte angegebenen Quotienten zeigen eine gute Übereinstimmung mit Gl.(4), womit sich die Brauchbarkeit des oben beschriebenen Verfahrens bestätigt.

Auch aus den Temperaturmeßwerten bei laufender Gasumwälzpumpe läßt sich die spezifische Wärmeleistung am Bestrahlungsort bestimmen, zumindestens als Mittelwert. Schicken wir einen vorgewärmten Gasstrom \dot{m} mit der Eintrittstemperatur ϑ_α durch den Bestrahlungseinschub, so wird er bei nicht eingeschaltetem Reaktor abgekühlt, weil er Wärme an das Reaktorwasser abgibt. Die abgegebene Wärmeleistung, die sich als Differenz zwischen Eintrittstemperatur und Austrittstemperatur, $\Delta\vartheta_0 = \vartheta_\alpha - \vartheta_\omega$, ausdrückt, ist gegeben durch

$$\dot{Q}_0 = \dot{m} c \Delta\vartheta_0, \quad (6)$$

c spez. Wärmekapazität des Gases. Die verlorene Wärmeleistung ist von der Gaseintrittstemperatur abhängig.

Bei eingeschaltetem Reaktor verliert der Gasstrom zwar ebenfalls Wärmeleistung an die Umgebung. Andererseits gewinnt er aber die Wärmeleistung, die in den von ihm umspülten Reaktoreinbauten entsteht und die als Produkt von mittlerer spezifischer Wärmeleistung L_m und Einbautenmasse m_e angegeben werden kann, $\dot{Q}_e = L_m m_e$. Entsprechend kühlt sich der Gasstrom entlang der Probenstrecke weniger stark ab, eventuell, wenn $\dot{Q}_e > \dot{Q}_0$, wird er sogar wärmer.

Für den Betriebszustand des eingeschalteten Reaktors gelte

$$\dot{Q}_1 = \dot{m} c \Delta\vartheta_1. \quad (7)$$

Da der Unterschied zwischen \dot{Q}_0 und \dot{Q}_1 nur in der Wärmefreisetzung in den Einbauten begründet ist, gilt die Wärmebilanz

$$L_m m_e = \dot{Q}_0 - \dot{Q}_1. \quad (8)$$

Daraus läßt sich nun die gesuchte mittlere spezifische Wärmeleistung eliminieren

T a b e l l e

$P_{os.}$	ϑ_5	$\vartheta_{5st}^{1)}$	λ_5	$\theta_5^{2)}$	$s_5^{3)}$	$T_5^{4)}$	ϑ_{10}	$\vartheta_{10st}^{1)}$	λ_{10}	$\theta_{10}^{2)}$	$s_{10}^{3)}$	$T_{10}^{4)}$	$L_5/L_{10}^{5)}$
A2	208°C	124°C	$2,36 \cdot 10^{-4} \frac{W}{cm \cdot grad}$	168 grad	0,91 mm	481°K	285°C	163°C	$2,65 \cdot 10^{-4} \frac{W}{cm \cdot grad}$	245 grad	0,88 mm	558°K	0,545
A3	235	138	$2,48 \cdot 10^{-4}$	195	0,90	508	320	180	$2,78 \cdot 10^{-4}$	280	0,86	593	0,545
A4	262	151	$2,56 \cdot 10^{-4}$	222	0,89	535	362	201	$2,92 \cdot 10^{-4}$	322	0,84	635	0,513
A7	315	173	$2,72 \cdot 10^{-4}$	275	0,86	588	431	236	$3,18 \cdot 10^{-4}$	391	0,81	704	0,503
A8	332	186	$2,82 \cdot 10^{-4}$	292	0,86	605	452	246	$3,26 \cdot 10^{-4}$	412	0,80	725	0,504
A9	343	192	$2,86 \cdot 10^{-4}$	303	0,85	616	466	253	$3,30 \cdot 10^{-4}$	426	0,79	739	0,504
A12	340	190	$2,85 \cdot 10^{-4}$	300	0,85	613	476	258	$3,34 \cdot 10^{-4}$	436	0,79	749	0,472
A13	310	175	$2,74 \cdot 10^{-4}$	270	0,87	583	452	246	$3,26 \cdot 10^{-4}$	412	0,80	725	0,439
A14	240	140	$2,50 \cdot 10^{-4}$	200	0,90	513	402	221	$3,08 \cdot 10^{-4}$	362	0,82	675	0,343

1) Stoffbezugstemperatur zum Aufsuchen von λ ; $\vartheta_{st} = \frac{\vartheta_5 + \vartheta_w}{2}$ mit $\vartheta_w = 40^\circ C$

2) $\theta_5 = \vartheta_5 - \vartheta_w$

3) $s_5 = s_k - \left[\frac{1}{2} d_k (1 + \gamma \Delta \vartheta) - \frac{1}{2} d_k \right]$ mit $d_k = 49,5$ mm Behälterdurchmesser bei $20^\circ C$

4) absolute Temperatur in den Proben $\gamma = 18,5 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$ thermischer Ausdehnungskoeff. von Cu

5) $\frac{L_5}{L_{10}} = \frac{\frac{\lambda_5}{s_5} \theta_5 + r \left[\left(\frac{T_5}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right]}{\frac{\lambda_{10}}{s_{10}} \theta_{10} + r \left[\left(\frac{T_{10}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right]}$ mit $r = 1,06 \cdot 10^{-4} \text{ W/cm grad}^4$

Zugrunde liegen die Messungen bei 10 MW vom 28. 1. 67, bei 5 MW vom 20. 2. 67.

$$L_m = \frac{\dot{m} c}{m_e} (\Delta \vartheta_0 - \Delta \vartheta_1) . \quad (9)$$

Man muß wegen des oben Gesagten bei Benutzung der Beziehung darauf achten, daß das Gastemperaturniveau für die Zustände 0 und 1 einheitlich ist. Fig. 27 stellt die Meßwerte dar, die zur Auswertung herangezogen wurden. Die Temperaturen des Gasstroms am Beginn und am Ende der Meßstrecke wurden von Thermoelementen angezeigt, die am jeweiligen Ort in dort befindlichen Proben steckten. Bei einer Gaseintrittstemperatur von 280°C (Ort der eingezeichneten Strecke $(\Delta \vartheta_0 - \Delta \vartheta_1)$) kühlt sich z.B. das Gas bei ausgeschaltetem Reaktor 43 grd ab (negativer Abszissenabschnitt), bei eingeschaltetem Reaktor erwärmt es sich bis zum Austritt um 10 grd. Aus dem Gasdurchsatz von $\dot{m} = 170 \text{ kg CO}_2/\text{h}$, der spez. Wärmekapazität des Gases bei herrschendem Druck (50 bar) und Temperatur (280°C) von $c = 1,1 \text{ kJ/(kg grd)}$ und der in der Meßstrecke eingebauten Masse $m_e = 1850 \text{ g}$ folgt wegen $(\Delta \vartheta_0 - \Delta \vartheta_1) = 53 \text{ grd}$ eine mittlere spezifische Wärmeleistung von $L_m = 1,49 \text{ W/g}$.

Wir wollen zum Vergleich aus der in Fig. 25 gezeigten Verteilung von L den mittleren Wert bestimmen. Mit l als Länge der Meßstrecke gilt

$$L_m = \frac{1}{l} \int_{-30\text{cm}}^{+30\text{cm}} L(x) dx . \quad (10)$$

man findet durch graphische Integration $L_m = 1,45 \text{ W/g}$. Es zeigt sich also wieder eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse.

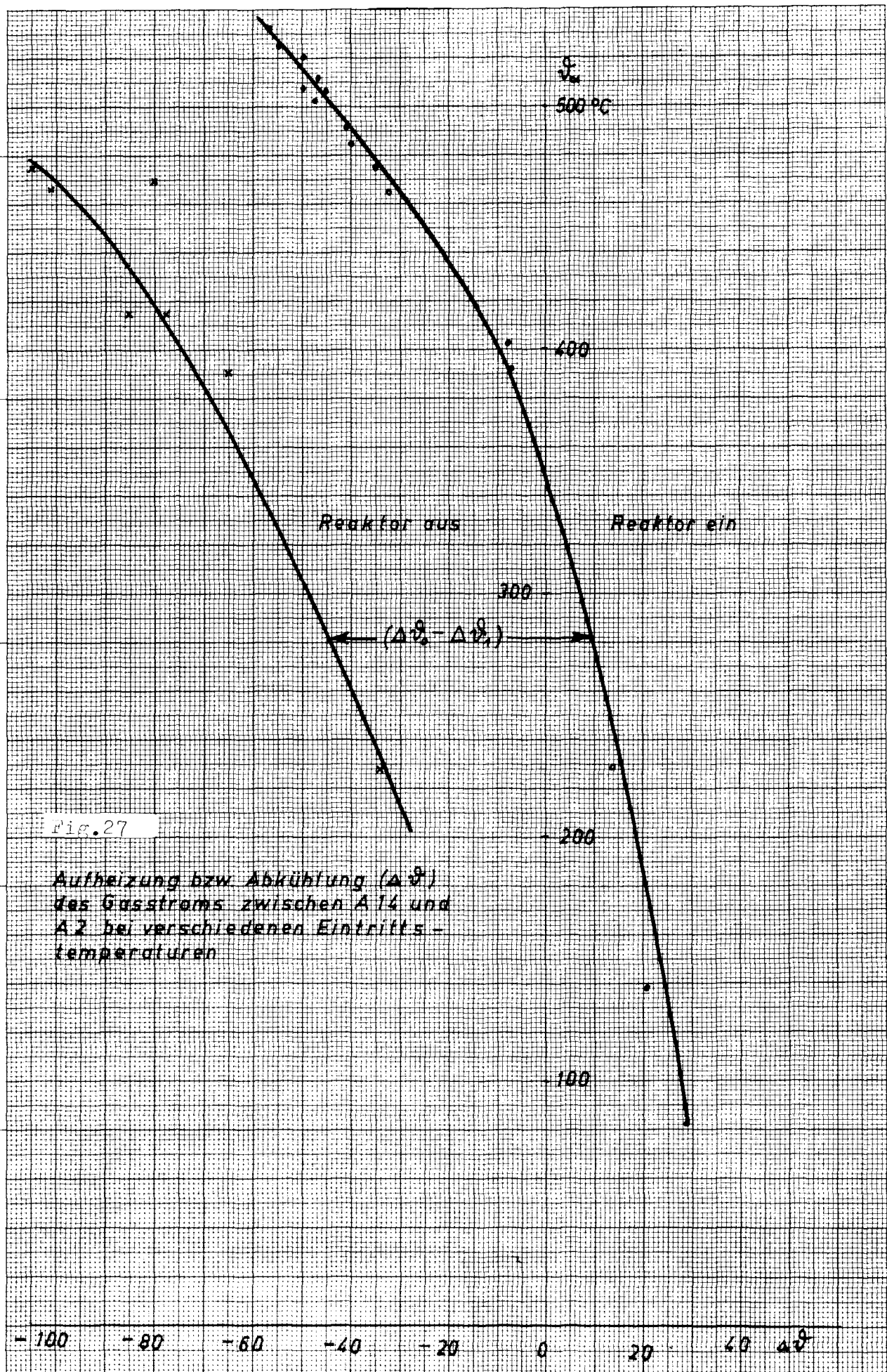


Fig.27

Aufheizung bzw. Abkühlung ($\Delta\theta$)
des Gasstroms zwischen A14 und
A2 bei verschiedenen Eintritts-
temperaturen

4.3 Induktive Probleme

Eine Vielzahl der in der Reaktor-Experimentierpraxis auftauchenden thermodynamischen Probleme ist induktiver Art. Dabei ist das Temperaturfeld aus der Aufgabenstellung oder aus Meßwerten vorgegeben, gesucht hingegen das mathematische Modell, das man braucht, um die Auslegung einer Bestrahlungseinrichtung zu beherrschen oder Erfahrungen aus betriebenen Einrichtungen für künftige ähnliche Fälle zu erklären und zu bewahren. In diese Gruppe gehören die in Jülich sehr weit entwickelte Auslegung von Hochtemperaturrigs, die Auslegung von nuklear angetriebenen Tieftemperaturkreisläufen und ein im Zusammenhang mit der Auslegung einer Tieftemperatur-Bestrahlungseinrichtung gefundenes Optimierungsverfahren für Halterungen. Hier einzuordnen ist ferner die mathematische Erfassung der Verdampfungszeit, die eine Flüssigkeit braucht, wenn die Flüssigkeit selbst nukleare Energie absorbiert.

4.3.1 Die Auslegung von Hochtemperaturrigs

Für jede Reaktor-Experimentiereinrichtung muß vor dem Einbau eine wärmetechnische Analyse durchgeführt werden. In manchen Fällen soll an einem bestimmten Ort innerhalb der Einrichtung eine ganz bestimmte Temperatur erreicht werden, in anderen Fällen ist nachzuweisen, daß ganz bestimmte Temperaturen (z.B. mit Rücksicht auf den Werkstoff) nicht überschritten werden. Die Körpertemperatur hängt dabei ab von der im Körper freigesetzten Wärmeleistung und von den Wärmewiderständen, die sich zwischen dem Körper und dem Reaktor-Kühlfluid befinden. Die Kühlfluidtemperatur bildet die Basis für die Temperaturberechnung. Die Verhältnisse sind häufig unübersichtlich, weil feste, flüssige und gasförmige Stoffe als Wärmewiderstände auftauchen, in denen selbst Wärme entsteht, und die teils parallel, teils hintereinander angeordnet sind.

Als nützliches Gedankenmodell hat sich bei der Lösung solcher Probleme die Aufstellung von Ersatzschaltbildern herausgestellt. Man benutzt die Symbole der Elektrotechnik und wendet zur Aufstellung der Lösungsgleichungen das Ohmsche Gesetz und die Kirchhoffschen Regeln an. Diese Methode wurde entwickelt, um die Auslegung von Hochtemperatur-Brennstoff-Rigs durchzuführen. In diesen Rigs wird Brennstoff bestrahlt, der in heliumgekühlten Hochtemperatur-

Reaktoren eingesetzt werden soll. Das Auslegungsverfahren der in großer Zahl für Bestrahlungen in Jülich und Mol (Belgien) hergestellten Rigs wurde so weit vervollkommen, daß sich die geforderten Bestrahlungstemperaturen in einem Bereich zwischen 800°C und 1600°C auf ± 20 grad einstellten.

Fig.28 zeigt ein solches Rig im Schnitt. Die Temperaturen werden ohne Zusatzheizung dadurch erreicht, daß man dem aus dem Kernbrennstoff und dem Strukturmaterial kommenden Wärmestrom genau berechnete Wärmewiderstände in den Weg legt.

Das Brennstoffrig besteht aus einer Anzahl ineinander geschachtelter Hülsten aus Metall (in den kalten Außenzonen) und Graphit (in den heißen Innenbereichen). Jede solche Hülse bildet einen Wärmewiderstand, aber auch gleichzeitig eine Wärmestromquelle.

Fig.29 zeigt einen Grundriß des Rigs, in welchem die einzelnen Schichten zu sehen sind. In der Figur werden Bezeichnungen für die Verhältnisse aus den Massen der Schichten und ihrer Länge eingeführt. Wegen der langgestreckten zylindrischen oder prismatischen Form von Rigs und Brennelementen ist es allgemein üblich und für Rechnungen vorteilhaft, Wärmeleistung, Masse und Wärmewiderstand auf die Länge zu beziehen. Deshalb ist im folgenden immer von längenbezogenen Größen die Rede. In Fig. 29 sind auch die Orte der eingebauten Temperaturfühler (TE) angegeben, die mit den Indizes der umgebenden Massen bezeichnet sind. Außerdem werden Benennungen für die verschiedenen Wärmewiderstände (R) eingeführt. Sie tragen den Index der betreffenden Masse oder, bei Gasspalten, die Indizes der begrenzenden Massen.

Die längenbezogene Wärmeleistung \dot{Q}_1 einer im Reaktorstrahlenfeld befindlichen Masse ist gleich dem Produkt aus örtlicher spezifischer Wärmeleistung L und der (längenbezogenen) Masse, $\dot{Q}_1 = L m_1$. Die Wärmeleistung¹⁾ aus dem Kernbrennstoff ist gleich dem Produkt aus Brennstoffmasse m_B , der örtlichen thermischen Neutronenflußdichte ϕ und einer Konstanten k , in die Wirkungsquerschnitt, Energie pro Spaltung und Spaltstoffgehalt eingehen, also $\dot{Q}_B = k \phi m_B$.

1) Der Zusatz "Längenbezogen" wird von hier an fortgelassen.

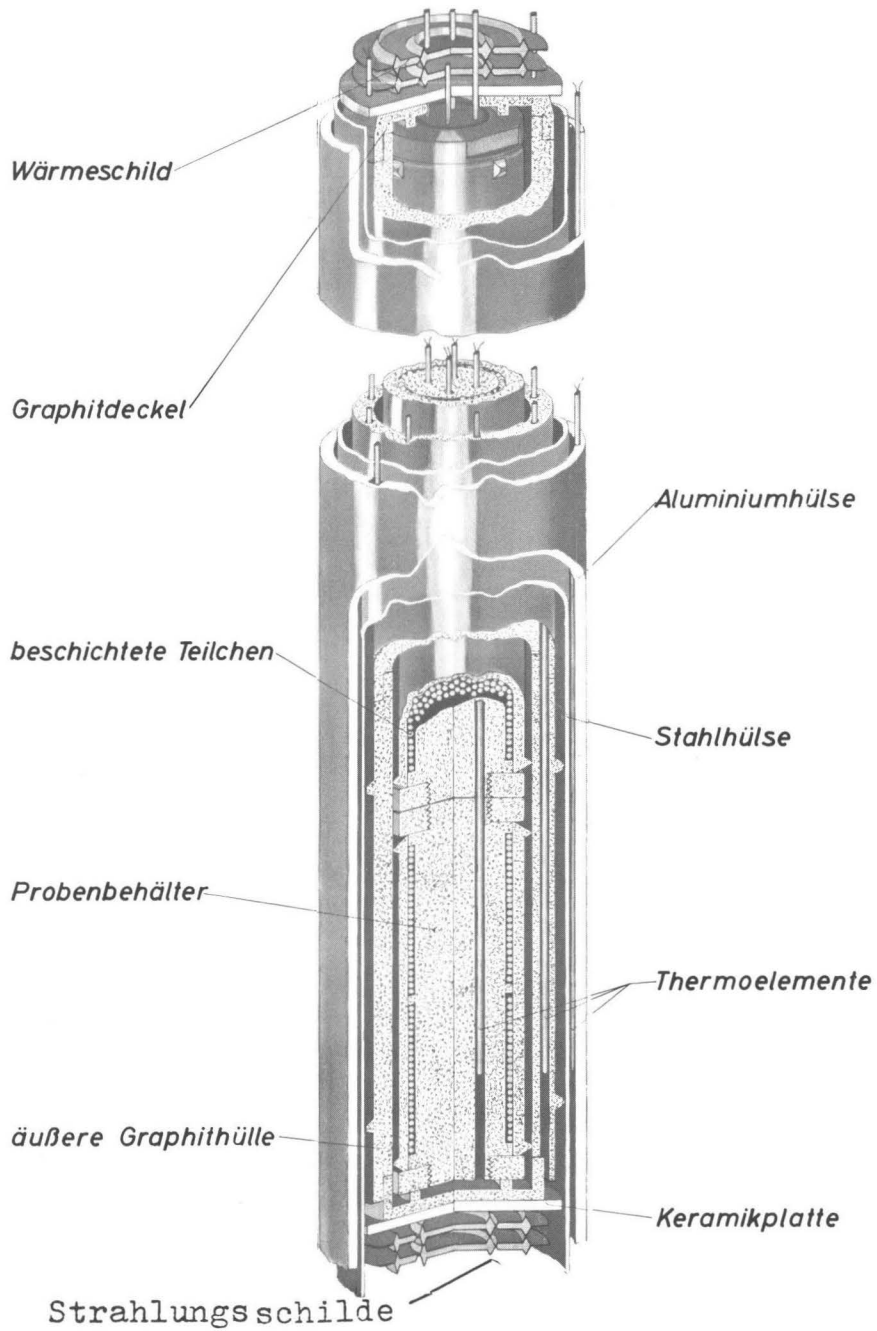
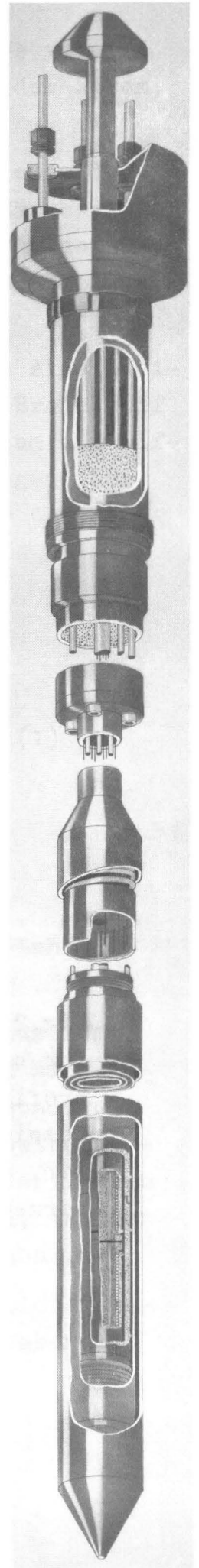


Fig. 28 Bestrahlungseinrichtung für beschichtete Teilchen. Die Strahlungsschilde (im Bild unten) vermindern den Wärmestrom in axialer Richtung.



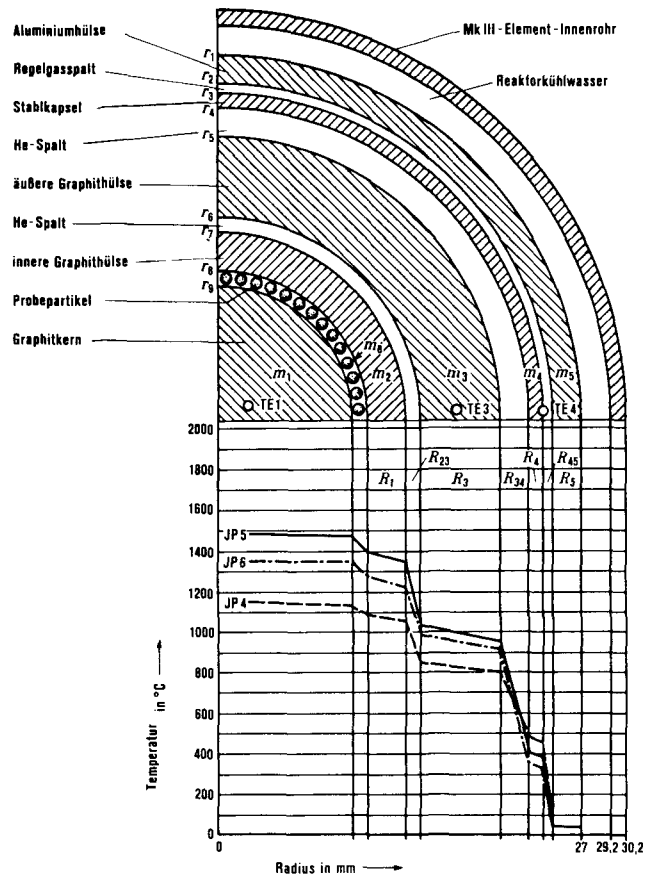


Fig.29 Viertelgrundriß der Bestrahlungseinrichtung für beschichtete Teilchen. Darunter die Temperaturprofile verschiedener Rigs, mit JP 4, JP 5 und JP 6 bezeichnet. TE 1, TE 3, TE 4 Orte der Temperaturfühler, $m_1 \dots m_5$ Einbaumassen pro Riglänge, R mit Index Wärmewiderstand pro Riglänge, r mit Index Radius.

Die aus den verschiedenen Schichten kommenden Wärmeströme vereinigen sich zu einem nach außen immer stärker anschwellenden 'Strom, wie es in Fig. 30 qualitativ dargestellt ist.

Die Wärmewiderstände der festen Körper sind reine Wärmeleitwiderstände. Über die Gasspalte hingegen wird ein Teil des Wärmestroms durch Wärmestrahlung übertragen, sodaß hier ein Wärmeleitwiderstand (Index L) und ein Wärmestrahlungswiderstand (Index S) parallel geschaltet sind.

Anhand eines Ersatzschaltbildes, siehe Fig.31, läßt sich eine Gleichung aufstellen, die angibt, welche Temperatur sich am Brennstoff einstellen wird, und zwar wird die Brennstofftemperatur um die Differenz Θ_G über der Kühlwassertemperatur des Reaktors liegen (das Rig wird vom Reaktorkühlwasser umspült) entsprechend der Gleichung

$$\begin{aligned} \Theta_G = k \Phi m_B \left(R_1 + \frac{R_{23L} R_{23S}}{R_{23L} + R_{23S}} + R_3 + \frac{R_{34L} R_{34S}}{R_{34L} + R_{34S}} + \right. \\ \left. + R_4 + R_{45L} + R_5 + R_6 \right) + L \left[m_1 (R_1 + \dots + R_6) + \right. \\ \left. + m_2 \left(\frac{R_{23L} R_{23S}}{R_{23L} + R_{23S}} + \dots + R_6 \right) + \right. \\ \left. + m_3 \left(\frac{R_{34L} R_{34S}}{R_{34L} + R_{34S}} + \dots + R_6 \right) + \right. \\ \left. + m_4 (R_{45L} + \dots + R_6) + m_5 R_6 \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Der Wärmestrahlungswiderstand R_{45S} wird wegen seiner Kleinheit vernachlässigt, s.u.

In dem Schaltschema steckt eine Vereinfachung. Die Wärmeströme Lm_2 bis Lm_5 münden nämlich in Wirklichkeit nicht erst hinter dem jeweiligen Wärmewiderstand des festen Körpers ein, sondern entstehen nach und nach in diesem. Dadurch werden die betreffenden Wärmewiderstände etwas größer. Da die Widerstände der festen Körper aber sehr viel kleiner als die der Gasspalte sind, ist der aus der Vereinfachung resultierende Fehler vernachlässigbar.

Die örtliche thermische Neutronenflußdichte und die örtliche spezifische Wärmeleistung sind für alle Reaktorpositionen bekannt.

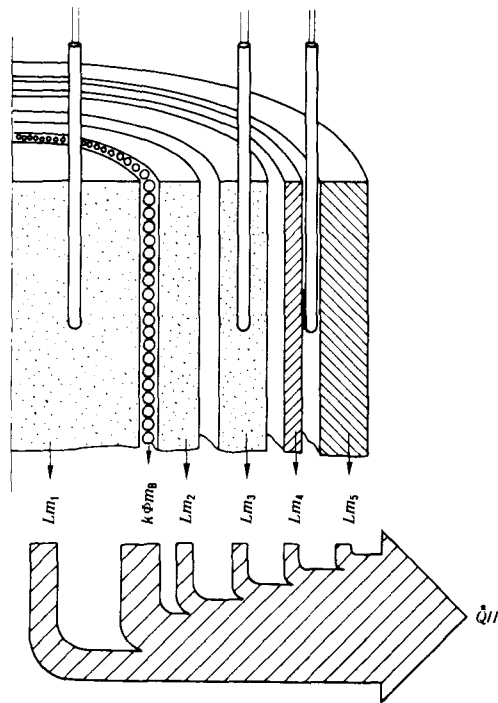


Fig.30 Sankey-Diagramm der aus den Rigeinbauten kommenden Wärmeströme

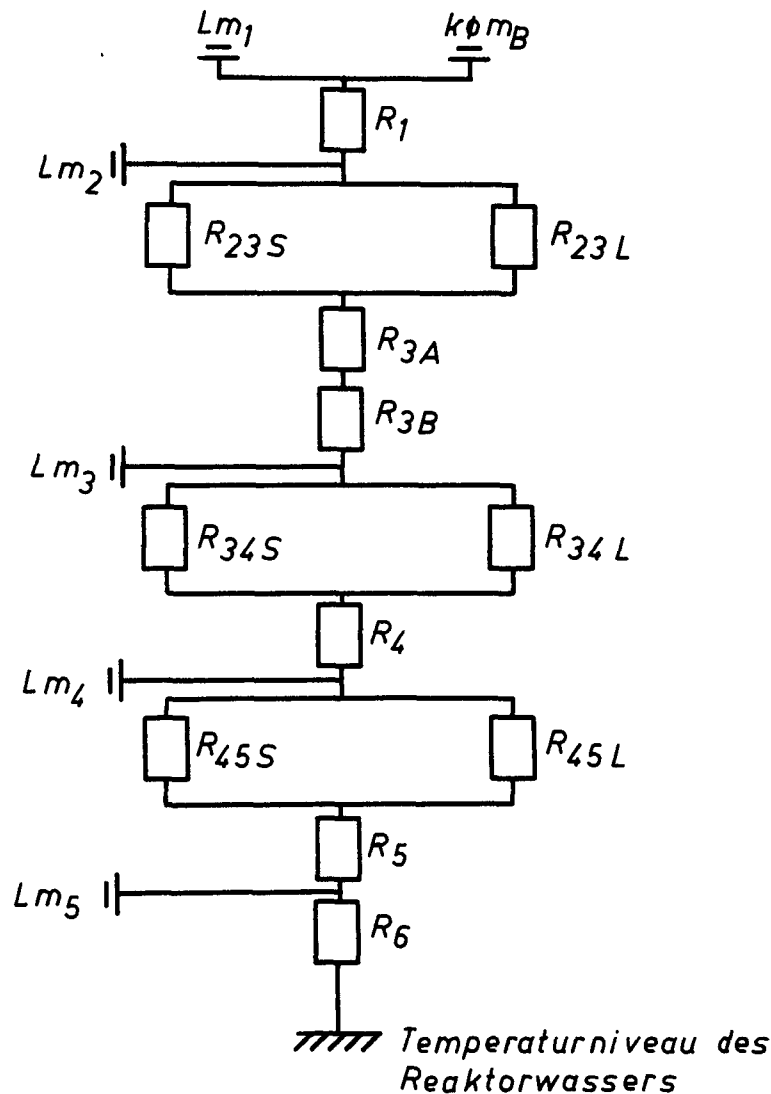


Fig.31 Ersatzschaltbild zur Wärmeübertragung im Hochtemperaturrig. Unter Verwendung elektrischer Schaltzeichen sind die auftretenden Wärmestromquellen und Wärmewiderstände eingetragen. In den gasgefüllten Spalten (23, 34 und 45) treten ein Wärmeleitungs- und ein Wärmestrahlungswiderstand in Parallelschaltung auf. Die festen Körper bilden nur Wärmeleitwiderstände, zugleich aber Wärmestromquellen.

Wenn man nun noch die Größen der Wärmewiderstände R_1 bis R_6 kennt, dann lassen sich mit Gl.(1) alle erforderlichen Auslegungsberechnungen durchführen, z.B. die Brennstoffbeladung, wenn bei vorgegebener Geometrie eine bestimmte Brennstofftemperatur verlangt wird.

Bestimmung der Wärmewiderstände. Bei der Auslegung des ersten Rigs dieser Art mußten die Wärmewiderstände mit theoretischen Werten bestimmt werden. Der Wärmeleitwiderstand einer festen Hülse oder eines Gasspalts hat bei Zylindergeometrie die Größe

$$R_L = \frac{\theta}{\dot{Q}_L} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2 \pi \lambda} \quad , \quad (2)$$

θ Temperaturdifferenz über Hülse oder Spalt, r_2 und r_1 begrenzende Radien, \dot{Q}_L übertragener Wärmestrom. Die Wärmeleitfähigkeit λ ist temperaturabhängig, weshalb für sie ein Wert entsprechend der mittleren Stofftemperatur zu wählen ist.

In den beiden inneren Spalten wird ein beträchtlicher Teil des Wärmestroms durch Wärmestrahlung übertragen, während die Strahlung im äußeren Spalt wegen des niedrigen Temperaturviveaus vernachlässigt werden kann. Der durch Strahlung übergehende Wärmestrom ist im Falle gleich großer korrespondierender Flächen gegeben durch

$$\dot{Q}_S = \frac{2 \pi r c_s}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad , \quad (3)$$

c_s Strahlungskoeffizient des schwarzen Körpers, ϵ_1 u. ϵ_2 Emissionsverhältnisse der begrenzenden Oberflächen, T absolute Temperatur, r mittlerer Spaltradius. Als mittleren Spaltradius nehmen wir das arithmetische Mittel der spaltbegrenzenden Radien. Auf diese Weise wird der Fehler, der in der Annahme gleich großer korrespondierender Flächen besteht, weitgehend ausgeschaltet, da $r_1 \approx r_2$. Für den Strahlungswiderstand erhält man

$$R_S = \frac{\theta}{\dot{Q}_S} = \frac{(T_1 - T_2) \left(\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right)}{2 \pi r c \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]} \quad (4)$$

Bei der Rechnung ist zu beachten, daß in Gl.(4) die gleiche Temperaturdifferenz über den betreffenden Spalt auftreten muß wie in Gl. (2). Deshalb sind die absoluten Temperaturen der Gl.(4) mit Θ , Gl.(2), in Übereinstimmung zu bringen, $\Theta = T_1 - T_2$. An der Rigaußenseite tritt der Wärmeübergangswiderstand auf

$$R_6 = 1/(2 \pi r \alpha), \quad (5)$$

wobei der Wärmeübergangskoeffizient α aus den Strömungswerten des Reaktorkühlwassers zu bestimmen ist.

Korrektur der Wärmewiderstandswerte durch Meßwerte. Bei der theoretischen Rigauslegung lassen sich nicht alle Einflußgrößen erfassen. Z.B. stützen sich die verschiedenen Hülzen gegenseitig durch Nocken ab, die durch die Gasspalte ragen. Auf diese Weise wird der Wärmewiderstand der Gasspalte verkleinert, ebenso durch freie Konvektion im Gas. Auch die temperaturabhängige Veränderung der Spaltweiten aufgrund der thermischen Ausdehnung muß berücksichtigt werden.

Solche Einflüsse werden meßtechnisch erfaßt. Mit den gemessenen Daten werden die theoretischen Wärmewiderstände korrigiert. Die Meßwerte stammen von drei Temperaturfühlern (siehe Fig.29 und 30), die sich in der gleichen Rigebene befinden und grob das Temperaturprofil angeben. Durch Rechnung wird das Temperaturprofil vervollständigt. Vom Fühler TE 3 aus lassen sich die Temperaturen zu beiden Seiten der äußeren Graphithülse bestimmen. Von dem Fühler TE 1 aus kann man auf die Temperatur auf der Außenwand der inneren Graphithülse schließen. Damit kennt man die Temperaturen zu beiden Seiten des inneren Helium-Spaltes. Gl.(3) liefert uns nun den Teil des Wärmestroms, der durch Wärmestrahlung den Spalt überschreitet. Daraus wird der Wärmestrahlungswiderstand bestimmt. Weil man aber auch den Gesamtwärmestrom an dieser Stelle kennt, gewinnt man als Differenz zwischen Gesamtwärmestrom und Wärmestrahlungsstrom den Wärmeleitungsstrom, woraus der Wärmeleitwiderstand folgt. Bei einem Vergleich zwischen den theoretischen Wärmeleitfähigkeiten und denen, die in den gemessenen Wärmewiderständen enthalten sind, ergeben sich Vergrößerungen der theoretischen Wärmeleitfähigkeiten etwa um den Faktor 1,3.

Brennstoffbeladung und Temperaturprofil. Die Brennstoffbeladung für eine gewünschte Brennstofftemperatur geht aus Gl.(1) durch eliminieren von m_B hervor. Dabei sind Rig-Geometrie und somit auch die Wärmewiderstände vorgegeben. Mitunter ergibt die Rechnung eine sehr kleine Brennstoffbeladung, die für den Auftraggeber uninteressant ist. Dann muß die Riggeometrie so verändert werden, daß sich kleinere Wärmewiderstände ergeben. Bekannte Wärmeleitwiderstände lassen sich mit guter Näherung wie folgt auf die neuen Verhältnisse umrechnen

$$R_{\text{neu}} = R_{\text{alt}} \frac{\ln(r_2/r_1)_{\text{neu}}}{\ln(r_2/r_1)_{\text{alt}}} . \quad (6)$$

Auch der Strahlungswiderstand verändert sich dabei und muß durch eine Rechnung angepaßt werden. Bei Verbreiterung des Spalts wird der Leitungswiderstand größer. Die Temperaturdifferenz über den Spalt wächst aber nicht entsprechend, weil der Strahlungswiderstand überproportional kleiner wird, vgl. Gl.(4). Bei größer werdenden Temperaturdifferenzen wächst der Nenner viel schneller als der Zähler, denn im Nenner stehen die Temperaturen in der vierten Potenz.

Das Temperaturprofil des Rigs wird ebenfalls mit dem Ersatzschaltbild ermittelt. Für jeden Wärmewiderstand gilt, daß der Temperaturanstieg Θ über den Widerstand gleich dem Produkt aus Wärmewiderstand R und dem über den Widerstand fließenden Wärmestrom sein muß. Für den Spalt 45 ergibt sich

$$\Theta_{45} = R_{45} [k \phi m_B + L(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)] . \quad (7)$$

Über diesen Spalt ist eine gewisse Temperaturregelung des Rigs möglich durch Auswechseln des darin befindlichen Gases. Anstelle von Helium kann Stickstoff in den Spalt gegeben werden. Die Wärmeleitfähigkeit von N_2 beträgt nur circa ein Sechstel der Helium-Leitfähigkeit, sodaß sich ein größerer Temperaturanstieg über den Spalt ergibt. Durch Gasgemische lassen sich auch Zwischenwerte einstellen.

Bei hohen örtlichen spezifischen Wärmeleistungen (im belgischen Höchstflußreaktor in Mol) muß berücksichtigt werden, daß in Gra-

phit aufgrund des größeren Energieabsorptionsquerschnitts pro Gramm etwas mehr Wärmeleistung als in Aluminium erzeugt wird (ca 4%). Wenn man die Graphitmassen mit dem entsprechenden Faktor, also 1,04, multipliziert, läßt sich dieser Einfluß ohne Schwierigkeit in Gl.(1) und Gl.(7) einbauen.

4.3.2 Nukleare Aufheizung als Kreislaufantrieb

Die vorangehenden Kapitel befassen sich mit Energie-Absorptions-Prozessen in festen Körpern und den daraus resultierenden Temperaturfeldern. In Fluiden ist die Ausbildung dieser Temperaturfelder wegen der bei Erwärmung einsetzenden natürlichen Konvektion aufgrund der leichten Verschiebbarkeit der Moleküle nicht möglich. Die Konvektion läßt sich aber zum Antrieb von Kreisläufen (Thermosiphon) z.B. zu Kühlzwecken ausnutzen, wobei sich die Ortsabhängigkeit der spezifischen Wärmeleistung in einem Kernreaktor als vorteilhaft erweist. Beim Bau der Jülicher kalten Neutronenquelle wurde ein Auslegungsverfahren für den nuklearen Thermosiphon entwickelt.

In einem Thermosiphon wird der Umlauf des Kreislauffluids durch den aufgrund einer Temperaturdifferenz entstehenden Dichteunterschied erzeugt. Die Temperaturdifferenz im Fluid kommt dadurch zustande, daß dem Fluid an einer Stelle des Kreislaufs Wärme zugeführt, an einer anderen entzogen wird.

Der für festkörperphysikalische Untersuchungen wichtige Teil der kalten Neutronenquelle ist ein mit flüssigem Wasserstoff gefüllter Behälter, der Moderatortopf, vgl. Kap. 4.1.1.1. Beim Durchgang durch flüssigen Wasserstoff werden Neutronen auf niedrigere thermische Geschwindigkeiten abgebremst.

Zur Erzeugung des flüssigen Wasserstoffs steht eine mit Helium arbeitende Kälteanlage zur Verfügung. Sie liefert Helium von $14,5^{\circ}\text{K}$ und vermag bei dieser Temperatur etwa 1,5 kW Wärmeleistung aufzunehmen. Der Moderatortopf sitzt am kernseitigen Ende eines horizontalen Strahlrohrs. Er hat Zylinderform und einen Liter Inhalt.

Die Wasserstoffkondensation im Moderatortopf war wegen der in Kap. 4.1.1.1 beschriebenen Schwierigkeiten nicht möglich. Aus Sicherheitsgründen durfte der Wasserstoff auch nicht außerhalb des Strahlrohrs verflüssigt werden.

Die Lösung des Problems lag in einer Trennung von Verflüssiger (Wärmesenke) und Moderatortopf (Wärmequelle) innerhalb des Strahlrohrs. Der Verflüssiger wurde um rund zwei Meter in eine rückwärtige Strahlrohrerweiterung verlegt und durch Rohrleitungen mit

dem Moderatortopf verbunden. Der Verflüssiger befindet sich in einer Zone, in der die spezifische Wärmeleistung nur ein Fünftel der am Moderatortopf herrschenden beträgt. Man kann deswegen die Wärmeaustauschflächen überdimensionieren, um mit Sicherheit genügend Wasserstoff kondensieren zu können. Auch für die Fertigung ist die Anordnung vorteilhaft. In Fig. 32 ist sie dargestellt.

Beim Anfahren ist das Thermosiphonsystem zunächst mit gasförmigem Wasserstoff gefüllt. Es ist über eine Rohrleitung mit dem außerhalb der Reaktorhalle stehenden Gasometer verbunden. Wird durch die berippten Rohre des Kondensators kaltes Helium gepumpt, so setzt die Wasserstoffkondensation ein. Die Kondensationstemperatur liegt entsprechend dem Systemdruck von 2 bar bei 25°K. Während der Verflüssigung sinkt der Druck im Thermosiphon unter den Druck im Gasometer, so daß so lange Gas nachströmt, bis das Thermosiphonsystem mit flüssigem Wasserstoff gefüllt ist. Über eine Druckmessung läßt sich der Füllgrad bestimmen.

Im stationären Betrieb wird der Kreislauf vom Auftrieb des im Moderatortopf erwärmten Wasserstoffs in Gang gehalten. In der als Wärmesenke arbeitendem Kondensator wird dem Wasserstoff die im Moderatortopf aufgenommene Wärmeleistung wieder entzogen.

Bei hoher Reaktorleistung reicht allerdings die in der Wärmesenke aufgebrauchte Unterkühlung nicht mehr aus, um eine teilweise Verdampfung im Moderatortopf zu verhindern. In der Steigleitung strömt dann gasförmiger Wasserstoff zur Wärmesenke zurück. Der Flüssigkeitsspiegel sinkt hier so weit ab, bis die auftauchende Rippenoberfläche der Kühlrohre zur Kondensation des ankommenden Gasstroms ausreicht. Der unter dem Flüssigkeitsspiegel liegende Teil der Kühlfläche liefert noch einen Unterkühlungsanteil.

Bei noch höherer Reaktorleistung entfällt schließlich der Unterkühlanteil vollkommen, weil die gesamte Kühlfläche zur Kondensation gebraucht wird. Schließlich sinkt der Wasserstoff-Füllstand im Moderatortopf ab. Da nämlich die im Wasserstoff absorbierte Wärmeleistung dem Wasserstoffvolumen flüssigen Zustands proporti-

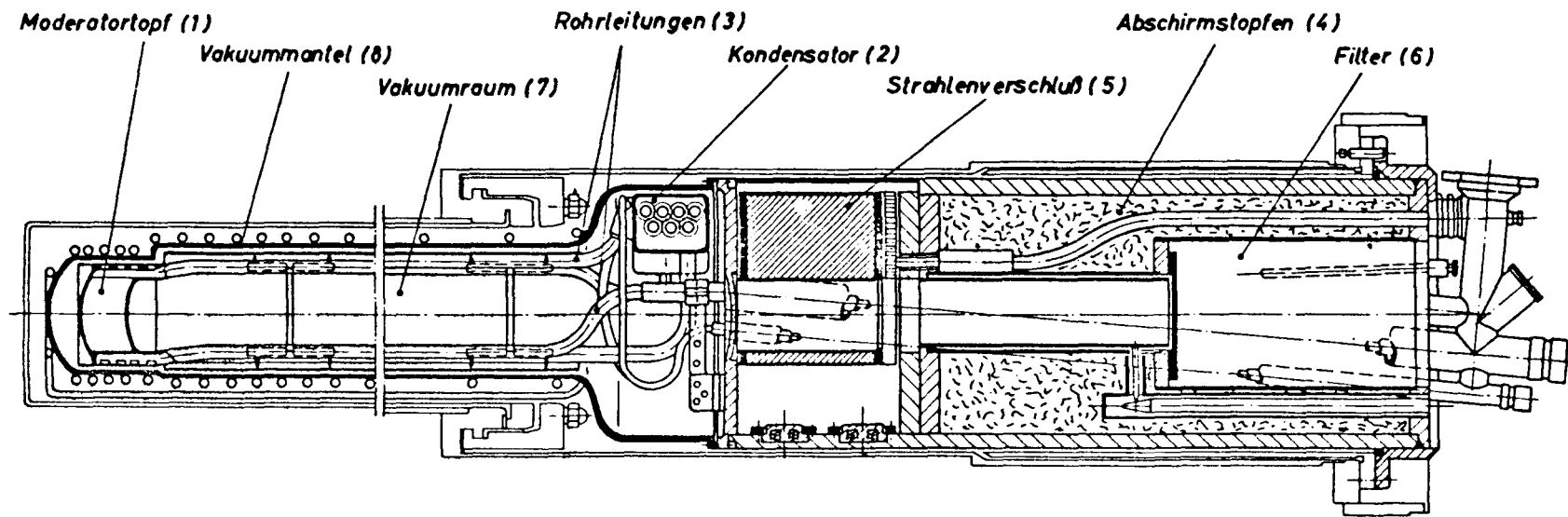


Fig.32

Kalte Neutronenquelle /29/

onal ist, reduziert sich dieses Volumen, bis die darin entstehende Wärmeleistung ebenso groß wie die im Kondensator entzogene ist.

Berechnung. Der Thermosiphon lebt von der Auftriebskraft (Archimedes'sches Prinzip). Die induzierte Bewegung ruft Reibungskräfte hervor, insbesondere in den Verbindungsrohren. Die Fluidgeschwindigkeit w wird sich so einstellen, daß Auftriebskraft F_A und Reibungskraft F_R gleich groß werden, $F_A - F_R = 0$. Infolgedessen muß die von der Auftriebskraft hervorgerufene Druckdifferenz ebenso groß sein wie die, die sich durch Reibung einstellt

$$\Delta p_A = \Delta p_R ,$$

$$g z \Delta \varrho = \frac{\varrho_m w^2 l \zeta}{2 d} , \quad (1)$$

mit g Erdbeschleunigung

z Höhendifferenz zwischen Kondensator und Moderatorortopf

$\Delta \varrho$ Dichteunterschied zwischen warmem und kaltem Wasserstoff

ϱ_m mittlere Wasserstoffdichte in den Rohrleitungen (s.u.)

w Strömungsgeschwindigkeit in den Rohrleitungen

ζ Widerstandsziffer

d Durchmesser der Rohrleitungen .

Anstelle der Geschwindigkeit w führt man in Gl.(1) über die Kontinuitätsgl. den Ausdruck ein

$$w = \frac{4 \dot{m}}{\varrho \pi d^2} . \quad (2)$$

Der Massenstrom \dot{m} ist mit der abgeführten Wärmeleistung durch den ersten Hauptsatz verknüpft

$$\dot{m} = \dot{Q} / (c \Delta \vartheta) . \quad (3)$$

Die abzuführende Wärmeleistung ist gleich dem Produkt aus Flüssig-Wasserstoffmasse im Moderatorortopf und der spezifischen Wärmeleistung im Flüssig-Wasserstoff. Sie verursacht die Temperaturdifferenz zwischen Kühler und Moderator und ruft den Massenstrom \dot{m} hervor. Bei Unterkühlbetrieb begeht man keinen großen Fehler,

wenn man in Gl.(1) eine mittlere Dichte einsetzt, also zwischen den Dichten in der warmen und kalten Leitung nicht unterscheidet. Die in der Moderatortopfwand entstehende Wärmeleistung wird durch einen Kühl-Helium-Teilstrom, der das Gehäuse umströmt, abgeführt, so daß dieser Betrag in der Thermosiphon-Berechnung nicht erscheint. Durch Kombination der Gleichungen (1), (2) und (3) erhält man die Beziehung

$$\dot{Q} = \pi c (\Delta\vartheta) \sqrt{\frac{d^5 z g \rho (\Delta\varrho)}{8 l \zeta}} . \quad (4)$$

Dabei hängen $\Delta\vartheta$ und $\Delta\varrho$ voneinander ab. Diese Abhängigkeit ist in Fig. 34 dargestellt. Fig. 33 ist eine Hilfsfigur, die zur Aufstellung der Fig.34 benötigt wird.

Man kann nun mit Gl.(4) ausrechnen, welche Wärmeleistung der Thermosiphon bei reinem Unterkühlbetrieb bewältigen kann, insbesondere auch, welche Wärmeaustauschfläche im Kühler benötigt wird. Dazu setzt man Gl.(4) mit der Beziehung $\dot{Q} = k A \Theta$ gleich, wobei A die Wärmeaustauschfläche, k der Wärmedurchgangskoeffizient zwischen Kühl-Helium und Wasserstoff und Θ die Temperaturdifferenz zwischen Helium und Wasserstoff sind. Der Thermosiphon zeigt bezüglich seiner Arbeitsfähigkeit eine große Abhängigkeit vom Durchmesser der Verbindungsrohre.

Auf die gezeigte Weise ließen sich die wesentlichen Konstruktionsdaten der kalten Neutronenquelle berechnen. Die verschiedenen durch Rechnung ermittelten Betriebszustände sind in Fig. 35 dargestellt. Die Rechnungen haben sich im Experiment bestätigt.

Die Figuren 36, 37 und 38 zeigen Details der Anlage.

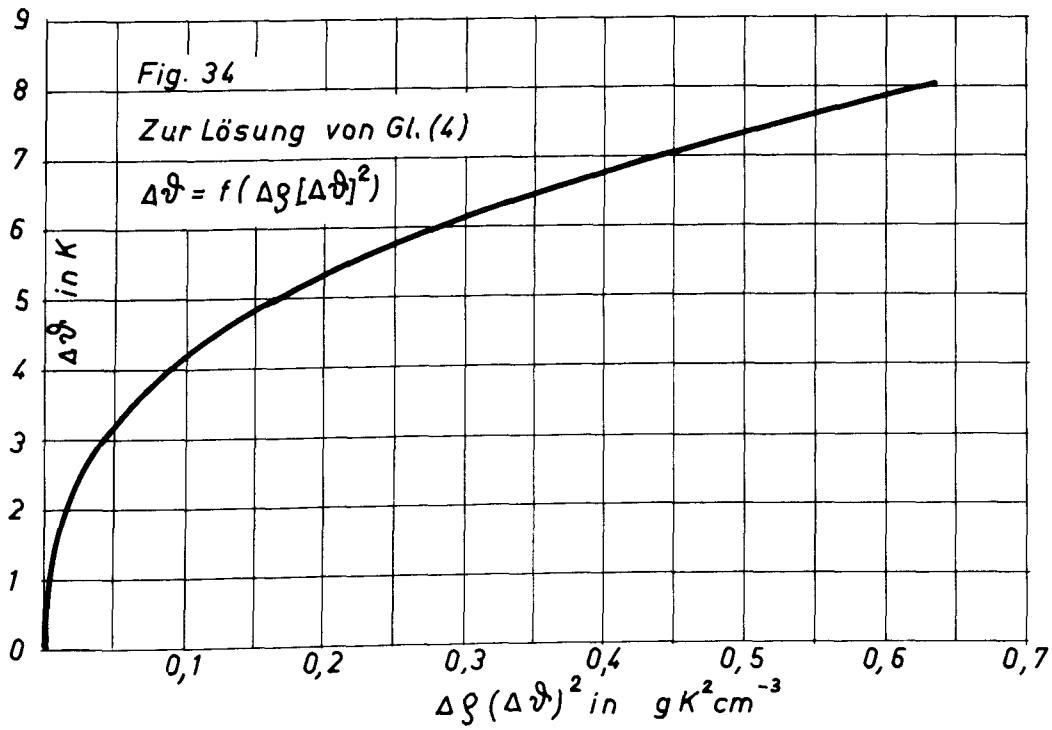
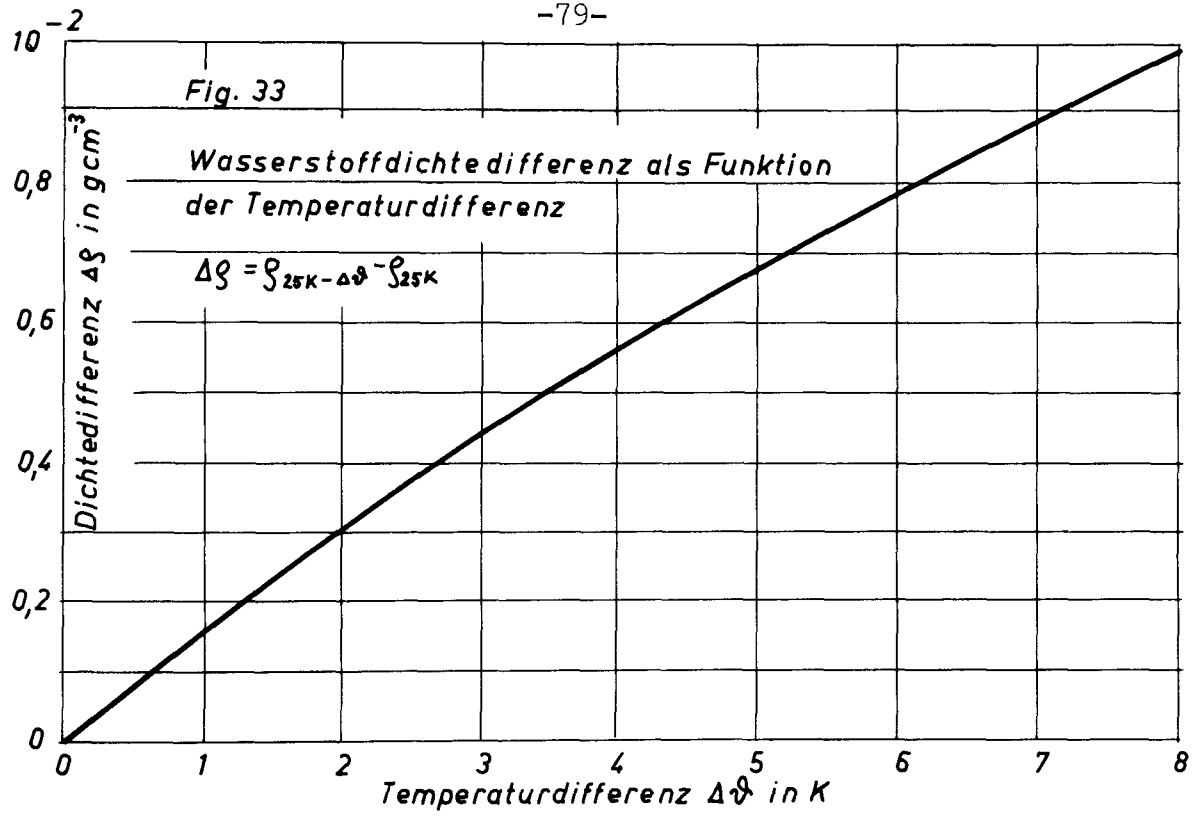
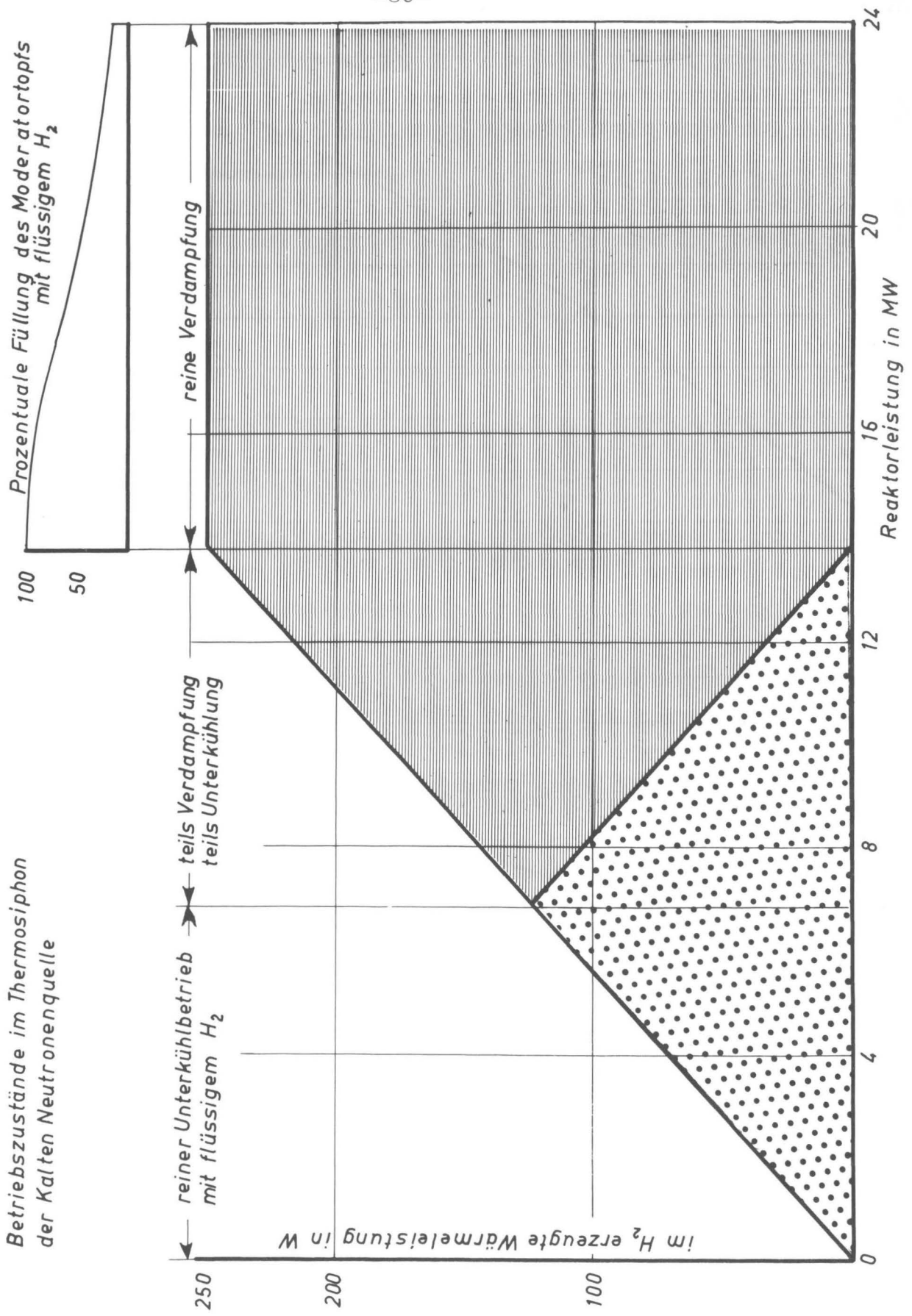


Fig. 35
Betriebszustände im Thermosiphon
der Kalten Neutronenquelle



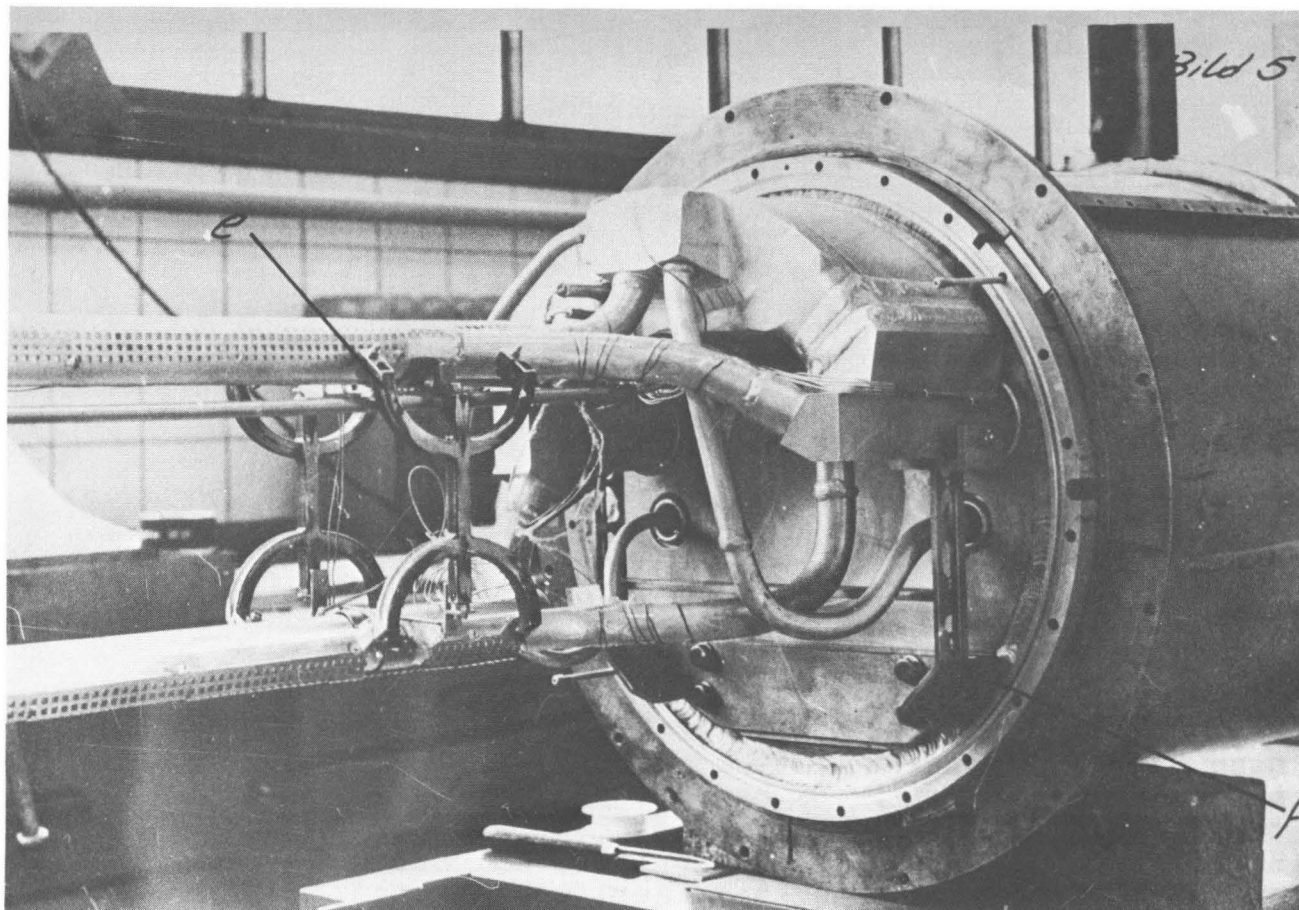


Fig. 36 Kondensator der Kalten Neutronenquelle. Er hat die Form eines Kreissegments. An seiner höchsten Stelle mündet das vom Moderatortopf kommende Rohr, das den erwärmten Wasserstoff zurückführt. Das unmittelbar daneben einmündende dünnere Rohr stellt die Verbindungsleitung zum außerhalb der Reaktorhalle befindlichen H_2 -Gasometer dar. Durch diese Leitung wird beim Kaltfahren Wasserstoffgas angesaugt.

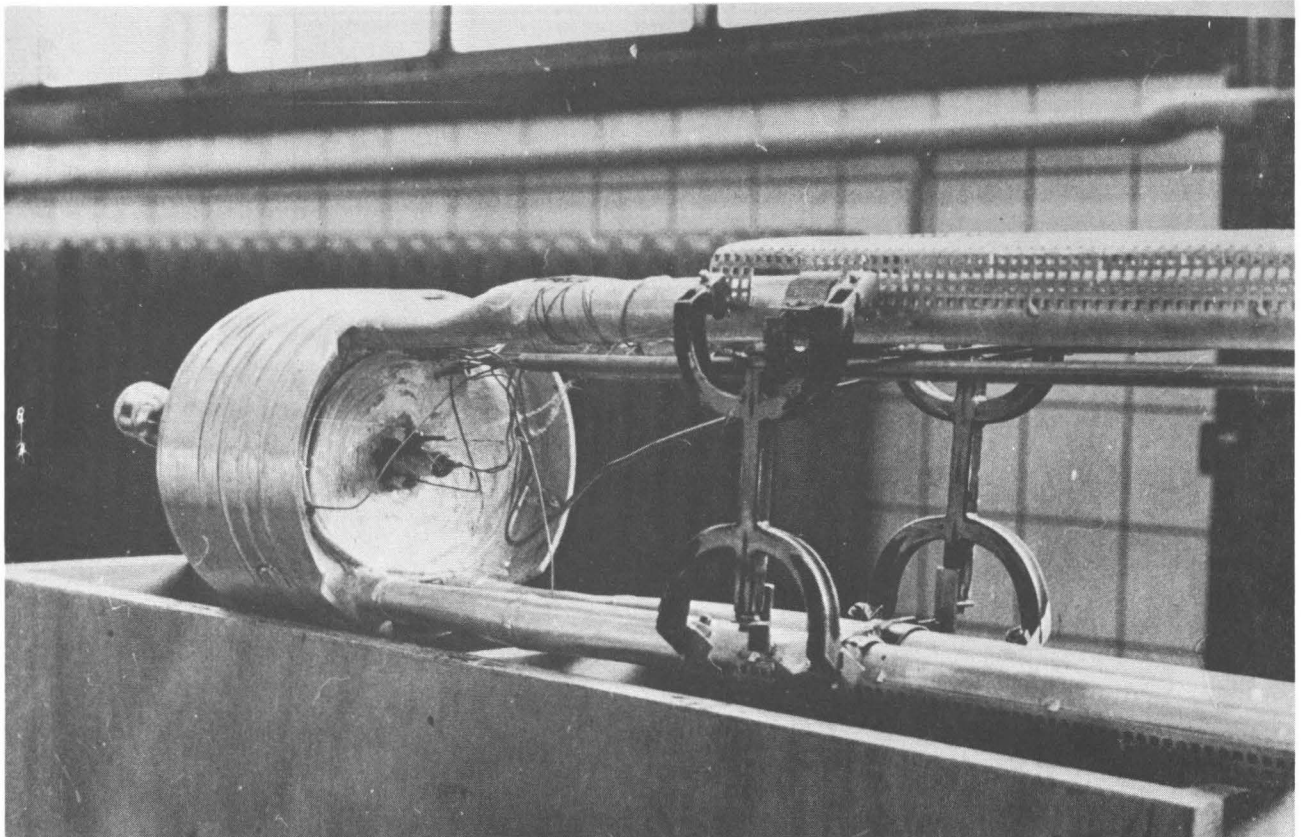


Fig. 37 Blick auf den Moderatorortopf. Man erkennt die an der tiefsten Stelle mündenden Kalt-Wasserstoff-Leitungen und die oben ansetzende Rückleitung. Es handelt sich bei der gezeigten Einrichtung um eine Vorversuchseinrichtung. Der Topf trägt elektrische Heizleiter (durch Metallflammspritzen aufgebracht), mit denen die nukleare Wärmefreisetzung simuliert werden kann.

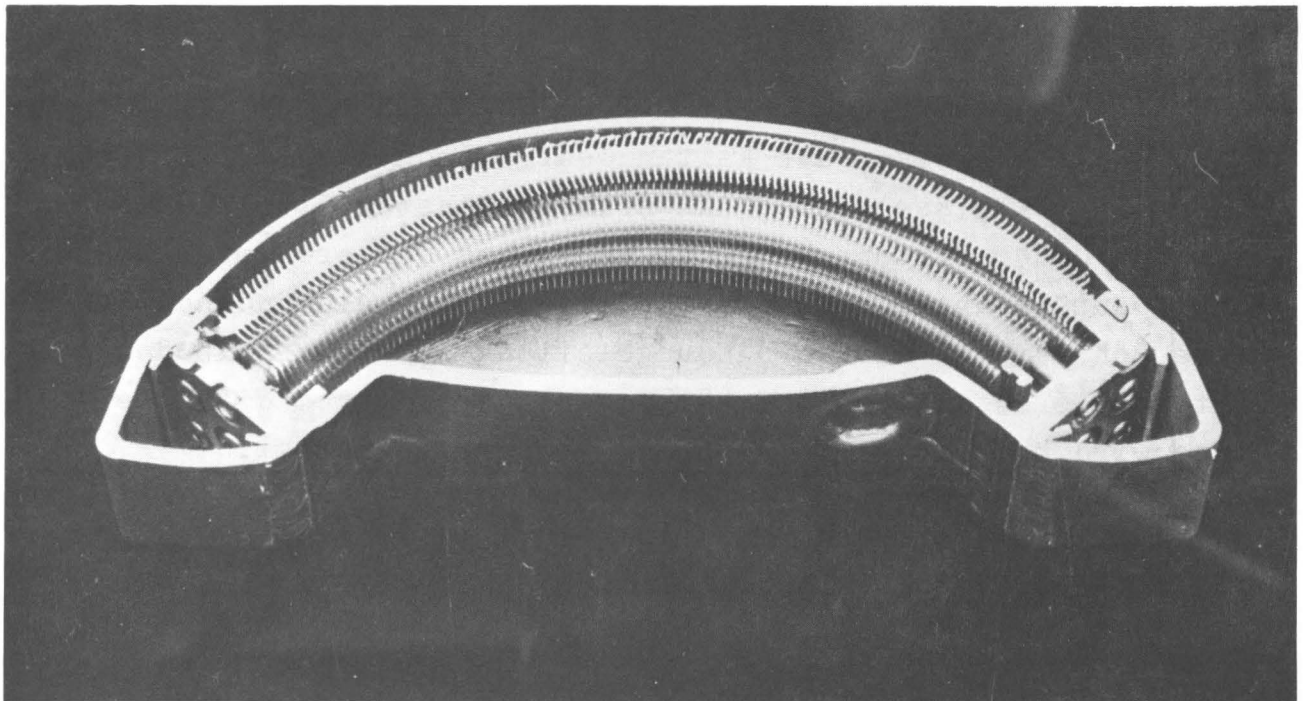


Fig. 38 Der Wasserstoffkondensator in aufgeschnittenem Zustand. Durch die Rippenrohre strömt Helium von 14,5°K. An den Rippen kondensiert der Wasserstoff.

4.3.3 Halterungen für Tieftemperatureinrichtungen

Tieftemperatur-Rohrleitungen werden üblicherweise mit einer Vakuum-Isolation versehen. Durch den evakuierten Raum ragen in gewissen Abständen Halterungen, die das Tieftemperatur-Rohr zentrieren. Unter konventionellen Verhältnissen werden die Halter aus schlecht wärmeleitendem Material hergestellt, um den Wärmeeinfall zu begrenzen. Im Strahlenfeld des Reaktors sind viele schlecht wärmeleitende Materialien nicht beständig (Kunststoffe), andere als Neutronenabsorber nicht erwünscht. Auch spielt die Verarbeitbarkeit (z.B. die Schweißfähigkeit) eine Rolle. Durch eine geeignete Bemessung der Halterlängen lassen sich aber selbst bei Verwendung guter Wärmeleiter (Aluminium) die Wärmeeinfälle sehr klein halten. Das hier beschriebene Optimierungsverfahren wurde zur Auslegung der Tieftemperaturleitungen der kalten Neutronenquelle innerhalb des FRJ-2 entwickelt. Das Problem ist induktiv, denn das Temperaturfeld ist durch die bekannten Berandungstemperaturen (Temperatur des Hüllrohrs ca. 300°K , Temperatur des Tieftemperaturrohrs ca. 20°K) vorgegeben.

Für den Halter gilt die eindimensionale Temperaturfeldgleichung für Wärmeleitung mit inneren Wärmequellen, vgl. Gl.(2) Kap. 2.1

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} = - \frac{L \vartheta}{\lambda} \quad . \quad (1)$$

Daraus folgt mit den Randbedingungen $\vartheta = \vartheta_1$ bei $x = 0$ und $\vartheta = \vartheta_2$ bei $x = s$ die Gl.

$$\vartheta = \frac{L \vartheta}{2\lambda} (xs - x^2) - \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{s} x + \vartheta_1 \quad . \quad (2)$$

Den Ort $x = 0$ wollen wir der Halterbefestigung am Hüllrohr, $x = s$ der Befestigung am Tieftemperaturrohr zuordnen. Im allgemeinen Fall wird folgender Wärmestrom in das Tieftemperaturrohr einfallen ($\dot{Q} = -\lambda A [\partial\vartheta/\partial x]$ bei $x = s$)

$$\dot{Q}_{x=s} = \lambda A \left(\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{s} + \frac{L \vartheta s}{2 \lambda} \right) \quad (3)$$

A Halterungsquerschnitt.

Die günstigste Halterungslänge finden wir durch die Extremwertbildung $d\dot{Q}_{x=s}/ds = 0$. Es ergibt sich

$$s_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{2\lambda}{Lg} (\vartheta_1 - \vartheta_2)} \quad . \quad (4)$$

Die Temperatur der warmen Halterseite wird mit ϑ_1 , die der kalten mit ϑ_2 bezeichnet. Durch die Optimierungsrechnung wird die Halterlänge so bemessen, daß das Maximum des Temperaturverlaufs in die Befestigungsstelle der warmen Halterseite gelegt wird. In Fig. 39 sind drei verschiedene Temperaturverläufe für drei verschiedene Halterlängen s_1 , s_3 , und $s_{\text{opt}} = s_2$ zu sehen. Es ist zu erkennen, daß mit s_{opt} der flachste Temperaturgradient auf der Seite der niedrigen Temperatur zu erreichen ist, entsprechend dem kleinsten Winkel β . Wegen der Proportionalität zwischen Wärmeleitungsstrom und Temperaturgradienten ist das auch der Fall des kleinsten Wärmeeinfalls. In die Tieftemperaturleitung fließt nur die Wärmeleistung ein, die in dem Halter selbst entsteht.

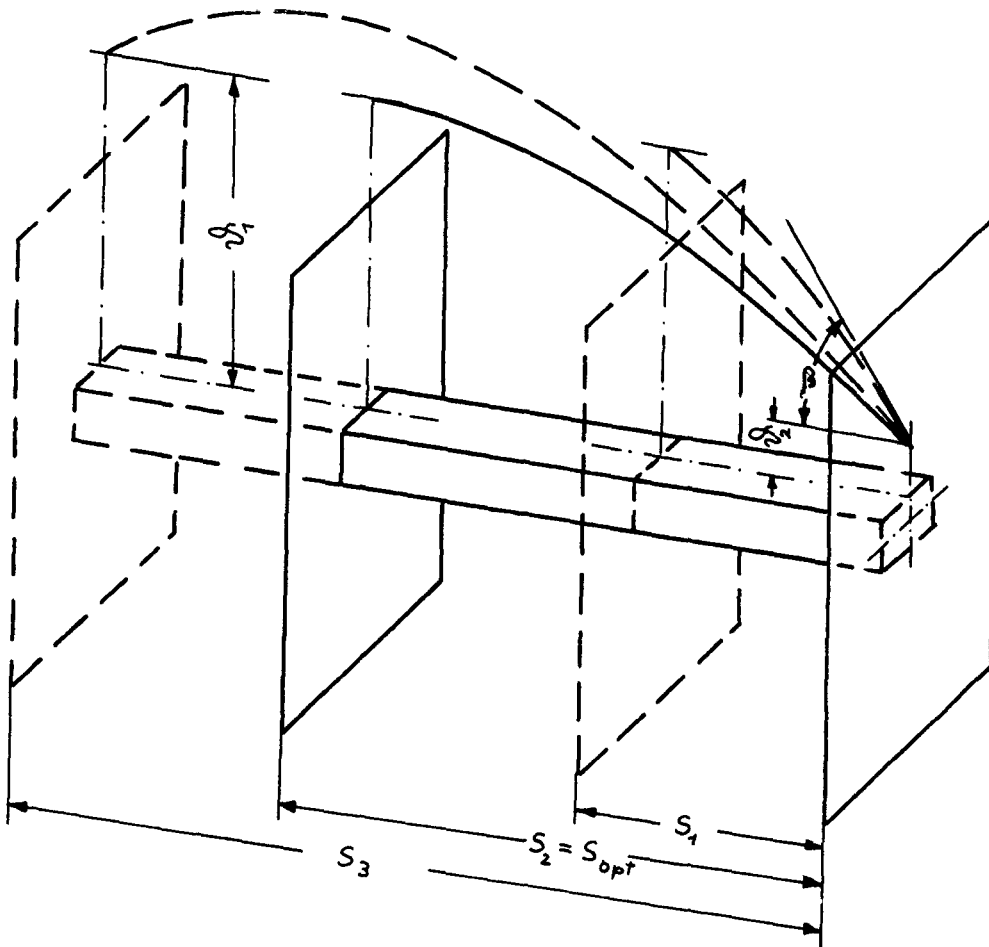


Fig. 39

Der Wärmeeinfall in einen Körper niedriger Temperatur (durch die im Bild rechts befindliche Wand dargestellt, Temperatur ϑ_2) über einen wärmeleitenden Verbindungskörper von einem Körper der hohen Temperatur ϑ_1 wird minimal, wenn die Länge des Verbindungskörpers so bemessen wird, daß der Temperaturgradient in der Befestigungsstelle mit der höheren Temperatur gleich Null wird. Die gestrichelt gezeichneten Wände stellen die Begrenzungen bei ungünstigeren Verbindungskörperlängen dar. Der größere Wärmestromeinfall in den Niedrigtemperaturkörper ist an dem steileren Temperaturgradienten erkennbar.

4.3.4 Erwärmung und Verdampfen einer nuklear beheizten Flüssigkeit als Funktion der Zeit.

Bei Störfallanalysen von Reaktorexperimenten taucht immer wieder die Frage auf, wie sich die Temperatur an verschiedenen Stellen der Einrichtung als Funktion der Zeit verhält, wenn die bei vielen Experimenten vorhandene externe Wasserkühlung ausfällt.

Bei sehr langsamer Erwärmung kann man unter Umständen die nächste planmäßige Reaktorabschaltung abwarten, um den Einschub auszubauen oder zu reparieren, in anderen Fällen ist ein sofortiger Eingriff erforderlich. Wir wollen eine entsprechende Betrachtung an einer einfachen Einrichtung anstellen, wie sie in Fig.40 a (Wasserküvette) dargestellt ist.

Wenn der Wasserdurchsatz ausbleibt, z.B. wegen Ausfall der Pumpe, wird die Wassertemperatur aufgrund der dauernd durch Strahlung zugeführten Wärmeleistung in einem ersten Zeitabschnitt bis zur Siedetemperatur klettern, in einem folgenden Zeitabschnitt wird das Wasser verdampfen. Zum Unterschied gegenüber konventionellen Verdampfungsprozessen nimmt dabei mit der Masse der flüssigen Phase auch die Heizleistung ab, was zu einer Differentialgleichung führt, die nur für nukleare Verdampfungsprozesse gilt. In einem letzten Zeitabschnitt wird die dann dampfgefüllte Küvette in ihrer Temperatur einem stationären Endzustand zustreben, in welchem die in der Küvettenwand entstehende Wärmeleistung durch Wärmeleitung, Wärmestrahlung und Konvektion über den CO_2 -Gasspalt an das Reaktorwasser übergeht.

In der ersten Phase ist der Zusammenhang zwischen der in der Küvette erzeugten Wärmeleistung $\dot{Q} = m L$, m in der Küvette befindliche Wassermasse, der Zeit t und der Temperaturdifferenz zum Reaktorwasser θ gegeben durch die Gl.

$$\dot{Q} - kA\theta = mc \frac{d\theta}{dt} , \quad (1)$$

c spezifische Wärmekapazität des Wassers. Die Erwärmung der Küvettenwand ist wegen ihrer im Vergleich zur Wassermasse kleinen Masse vernachlässigt. A ist die wärmeübertragende Fläche (Küvettenoberfläche), k der Wärmedurchgangskoeffizient.

Gl. (1) hat die Lösung $\Theta = C e^{\frac{kA'}{mc} t} + \frac{\dot{Q}}{kA}$. Der Zeitbedarf t , der bis zum Erreichen der mit der Siedetemperatur verbundenen Übertemperatur Θ_s auftritt, wenn zum Zeitpunkt $t = 0$ der Körper die Übertemperatur Θ_o aufwies, hat die Größe

$$t = \frac{mc}{kA} \ln \left(\frac{\Theta_o - (\dot{Q}/kA)}{\Theta_s - (\dot{Q}/kA)} \right) . \quad (2)$$

Im zweiten Zeitabschnitt verdampft der Wasserinhalt. Die Verdampfung möge isobar verlaufen. Wegen des abnehmenden Wasserinhalts beziehen wir nun auch die in der Küvettenwand entstehende Wärmeleistung in die Rechnung ein. Ein Teil der in der Wand und im Wasser entstehenden Wärmeleistung (\dot{Q}_L) wird durch Wärmeleitung, Konvektion und Wärmestrahlung in die Umgebung übertragen. Der Rest wird zur Verdampfung des Wasserinhalts verbraucht. Eine Bilanz ergibt

$$\dot{Q}_W + \dot{Q}_B - \dot{Q}_L = - \dot{m}_W r \quad (3)$$

mit $\dot{Q}_W = L \dot{m}_W$, Wärmeleistung aus dem Wasser, und $\dot{Q}_B = L \dot{m}_B$, Wärmeleistung aus dem Behälter (Küvette); \dot{m}_W ist die pro Zeit verdampfte Wassermasse, r die Verdampfungswärme.

Schreibt man $\dot{Q}_B - \dot{Q}_L = \dot{Q}_F$ und $\dot{m}_W = dm_W/dt$, so erhalten wir aus Gl.(3) die Differentialgleichung, die den Verdampfungsprozeß als Funktion der Zeit beschreibt

$$\frac{dm_W}{dt} + \frac{L}{r} m_W + \frac{\dot{Q}_F}{r} = 0 . \quad (4)$$

Die Lösungsgl. lautet $m_W = C e^{-Lt/r} - \dot{Q}_F/L$. Die Gl.(4) bringt zum Ausdruck, daß mit der Abnahme der flüssigen Wassermasse eine Verminderung der entstehenden Wärmeleistung einhergeht. Das führt zu einer Abnahme der Verdampfungsleistung, denn der Dampf bringt aufgrund seiner geringen Dichte fast keinen Beitrag.

Mit den Randbedingungen: $m_W = m_{W1}$ für $t = 0$ und $m_W = 0$ für $t = t_2$ erhält man den Zeitabschnitt bis zur restlosen Wasserverdampfung

$$t_2 = \frac{r}{L} \ln \left(\frac{m_{W1} L}{\dot{Q}_F} + 1 \right) . \quad (5)$$

Die dritte Phase bringt wieder einen Temperaturanstieg, der sinnvoll (es sind Masse und spezifische Wärmekapazität der Küvette einzusetzen) durch Gl. (1) beschrieben wird.

Fig. 40 b zeigt qualitativ den Temperaturanstieg als Funktion der Zeit. Bei Ausfall der Wasserkühlung liegt die Einbautemperatur unter der Umgebungstemperatur. Die in dem Einbau entstehende und die durch Wärmeleitung einfließende Wärmeleistung führen zu einem Temperaturanstieg. Der Vorgang folgt Gl.(1). Die Temperatur steigt auf Werte über der Umgebungstemperatur, bis die Siedetemperatur des Wassers erreicht ist. Der Wasserinhalt verschwindet nun bei gleichbleibender Temperatur. Nach Verdampfen des Wassers steigt die Temperatur bis auf ihren stationären Endwert.

Fig. 40 c zeigt den Verbleib der Wärmeleistungen. Mit fortschreitender Zeit und ansteigender Temperatur wird ein immer größer werdender Anteil der aus den Einbauten kommenden Wärmeleistung durch Leitung abgeführt (rechts befindliche Reziprokskala), die zur Aufheizung dienende Wärmeleistung wird dadurch und durch Verdampfen der als Wärmequelle dienende Wassermasse immer kleiner (linke Skala).

Die durch Gl.(4) gegebene Verdampfungszeit konnte im Experiment bestätigt werden. Die Messungen wurden am Thermosiphon der kalten Neutronenquelle im FRJ-2 durchgeführt. Die Zeit, die der flüssige Wasserstoff im Thermosiphon (vgl. Kap. 4.3.2) bis zu seiner restlosen Verdampfung braucht, läßt sich aus dem Druck- und Temperaturschrieb der Anlage entnehmen. Die nuklear bedingte Verdampfung des Wasserstoffs setzt ein, sobald die Kältemaschine des Systems abgeschaltet wird.

5. Zusammenfassung

Die Temperaturfelder in Kernreaktoreinbauten weichen wegen der inneren Wärmefreisetzung von üblichen Temperaturfeldern ab. Die zur Wärmefreisetzung führenden Prozesse werden beschrieben. Es werden Verfahren angegeben, mit denen sich die Wärmefreisetzung berechnen und messen läßt.

Angeregt durch Aufgabenstellungen aus der Reaktor-Experimentier-Praxis werden mathematische Verfahren entwickelt, die Aussagen über reaktorspezifische Temperaturfelder gestatten. Ausgehend von der Temperaturfeldgleichung vorspringender, mit der Umgebung Wärme austauschender Körper wird die Rippe mit inneren Wärmequellen abgehandelt, wobei Optimierungsverfahren abgeleitet werden. Rippen mit inneren Wärmequellen weichen in ihrem Verhalten sehr von solchen ohne innere Aufheizung ab. Da die Wärmequellenenergiebigkeit im Reaktor ortsabhängig ist, muß in manchen Fällen die Inhomogenität des Wärmequellenfelds in die Temperaturfeldgleichung einbezogen werden, z.B. bei der Berechnung des Temperaturverlaufs längs eines in einen Bestrahlungskanal eingebauten Fingerhutrohrs.

Den erwähnten Problemen ist gemeinsam, daß das mathematische Modell existiert, das Temperaturfeld hingegen gesucht ist. Solche Probleme werden als direkte Probleme bezeichnet. Invers nennt man Probleme, bei denen mathematisches Modell und Potentialfeld bekannt, Gleichungskoeffizienten aber nicht bekannt sind. Als Beispiel wird die Bestimmung der spezifischen Wärmeleistung aus Temperaturmeßwerten einer Bestrahlungseinrichtung behandelt.

Als dritte Gruppe treten induktive Probleme auf, wobei für ein gegebenes Potentialfeld das mathematische Modell aufzustellen ist. So wird ein Rechenverfahren entwickelt, das unter Zuhilfenahme der Analogie zum Ohmschen Gesetz eine genaue Auslegung von Hochtemperatur-Bestrahlungseinrichtungen bezüglich der Temperatur ermöglicht. Es wird ferner gezeigt, wie sich die nukleare Erwärmung eines Fluids zum Antrieb eines Kreislaufs ausnützen läßt, was im Fall der Jülicher kalten Neutronenquelle geschieht. Schließlich wird eine Differentialgleichung für den Verdampfungsprozeß einer im Reaktor befindlichen Flüssigkeit aufgestellt. Im Unterschied zu konventionellen Verdampfungsprozessen nimmt mit der Masse der flüssigen Phase auch die Heizleistung ab.

Herrn Professor Dr.-Ing. H. Schwiedeßen danke ich für das Interesse an der behandelten Problemstellung und die stetige Förderung dieser Arbeit.

Herr Professor Dr.rer.nat. M. Pollermann, der Leiter des Zentralinstituts für Reaktorexperimente in der Kernforschungsanlage Jülich, ermöglichte die Durchführung der vorliegenden Arbeit in seinem Institut. Dafür möchte ich ihm an dieser Stelle danken, ebenso für die fachliche Förderung, die er mir stets angedeihen ließ.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr.-Ing. G. Woelk, der sich in allen Phasen sehr gründlich mit der Arbeit befaßte und durch anregende Diskussionen zur Klärung einzelner Probleme beitrug.

Anhang: Wärmeproduzierende nukleare Prozesse
=====

1 Spezifische Wärmeleistung im Kernbrennstoff

Die bedeutendste Wechselwirkung zwischen Neutronen und Materie ist die Kernspaltung, die im Brennstoff von Reaktoren zur Freisetzung großer Wärmemengen führt. Z.B. ist in einem Reaktor bei einer thermischen Neutronenflußdichte von $10^{14} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ in U 235 mit einer spezifischen Wärmeleistung von 3 kW/g zu rechnen.

Der im Reaktor verwendete Kernbrennstoff setzt sich im allgemeinen aus spaltbaren und nicht spaltbaren Anteilen zusammen. Kernspaltungen im Brennstoff werden im wesentlichen durch thermische Neutronen hervorgerufen, das sind Neutronen mit einer Energie zwischen 10^{-4} und 0,5 eV. Die Wahrscheinlichkeit für die Spaltung eines Kerns ist durch den Einfangquerschnitt für die Spaltung, $\sigma_f = 582$ barns (für U 235), gegeben. Pro Spaltung werden insgesamt 201 MeV freigesetzt, von denen etwa $E_s = 175$ MeV im Brennstoff verbleiben. Die spezifische Wärmeleistung muß proportional sein der Zahl der spaltbaren Atome pro Gramm, gegeben durch den Quotienten aus Avogadro-Konstante N_A und der Atommasse A . Mit ϕ_{th} als thermischer Neutronenflußdichte erhalten wir die spezifische Wärmeleistung L in reinem Spaltstoff

$$L = \phi_{th} \sigma_f \frac{N_A}{A} E_s . \quad (1)$$

Für einen Brennstoff, der nur den Bruchteil m_{sp}/m_B Spaltstoff enthält (m_{sp} Spaltstoffmasse, m_B Brennstoffmasse, ρ_{sp} und ρ_B entsprechende Dichten), gilt entsprechend

$$L = \phi_{th} \sigma_f \frac{N_A}{A_{sp}} \frac{m_{sp}}{m_B} \frac{\rho_B}{\rho_{sp}} E_s . \quad (2)$$

2 Spezifische Wärmeleistung aus Gamma-Energie

Die Materialerwärmung durch Gamma-Strahlung ist auf den photoelektrischen Effekt, die Compton-Streuung und den Paarbil-

dungseffekt zurückzuführen.

Der Photoeffekt. Beim Photoeffekt wird ein in die Elektronenwolke eines Atoms einfallendes Photon absorbiert und ein Elektron ausgestoßen. Die kinetische Energie dieses Elektrons ist gleich der Photonen-Einfallenergie ($E = h\nu$) vermindert um die Austrittsarbeit (= Bindungsenergie) des Elektrons. Die kinetische Energie des Elektrons wird wegen der geringen freien Weglänge der Betastrahlung in unmittelbarer Nähe des Erzeugungsorts aufgezehrt und in Wärmeenergie umgesetzt.

Compton-Streuung. Mit Compton-Streuung bezeichnet man die inelastische Streuung von Photonen an Elektronen der Materie-Atome. Beim Zusammenstoß von Photonen und Elektronen wird ein Teil der Photonen-Energie an den Stoßpartner übertragen. Dieser Anteil führt zur Materialerwärmung. Die übrige Energie wird von dem weiterfliegenden Photon mitgenommen. Durch die Streuungen wird der einfallende Energiestrom auf seinem Weg durch einen Körper abgeschwächt. Entsprechend nimmt auch die spezifische Wärmeleistung im Körper ab.

Paarbildung. Bei der Paarbildung werden Photonen im elektrischen Feld des Atomkerns absorbiert. Dabei erscheint ein Positron-Elektron-Paar, dessen Gesamtenergie gleich der Einfallenergie des Photons ist. Wegen der geringen Reichweite von Positron und Elektron wird deren kinetische Energie in der Nähe des Ereignisorts in Wärmeenergie umgewandelt. Trifft das Positron auf ein Elektron, so zerstrahlen beide unter Aussendung zweier Photonen.

Diese Wechselwirkungen rufen eine Schwächung des Strahlungsenergiestroms ϕ hervor. Wenn die in Wechselwirkung tretenden Partikel in der Materie gleichmäßig verteilt sind, wird die ungestreute Strahlung längs des zurückgelegten Wegs dx entsprechend folgender Gl. abnehmen

$$\frac{d\phi}{dx} = -\mu\phi \quad . \quad (3)$$

Der Faktor μ drückt dabei die Wahrscheinlichkeit von Wechselwirkungen pro Wegstück aus. Zur Bestimmung dieses Faktors muß uns bei der Compton-Streuung die Zahl der Elektronen pro Volumen bekannt sein, weil die Compton-Streuung eine Wechselwirkung zwischen Photonen und Elektronen darstellt. Die Zahl der Elektronen pro Volumen ist gegeben durch

$$N = Z N_A \varrho / A , \quad (4)$$

Z Ladungszahl, N_A Avogadro-Konstante, ϱ Dichte, A Atommasse. Der Schwächungskoeffizient für die Compton-Streuung μ_σ folgt daraus, wenn σ_c der totale Wirkungsquerschnitt für die Comptonstreuung ist, mit

$$\mu_\sigma = \sigma_c Z N_A \varrho / A . \quad (5)$$

Er wird, weil er die Dimension Länge⁻¹ hat, linearer Schwächungskoeffizient genannt.

Der Photoeffekt und die Paarbildung stellen Wechselwirkungen zwischen Photonen und Atomen dar. Wenn der Wirkungsquerschnitt für den Photoeffekt mit τ und der für die Paarbildung mit κ bezeichnet werden, findet man die entsprechenden linearen Schwächungskoeffizienten als

$$\begin{aligned} \mu_\tau &= \tau N_A \varrho / A \quad \text{lin. Schwächungskoeff. f. d. Photoeffekt} \\ \mu_\kappa &= \kappa N_A \varrho / A \quad \text{lin. Schwächungskoeff. f. die Paarbildung.} \end{aligned}$$

Falls alle drei Effekte gleichzeitig auftreten, gilt

$$\mu = \mu_\sigma + \mu_\tau + \mu_\kappa . \quad (6)$$

Aus Gl. (3) folgt durch Integration für die Energiestromdichte der Strahlungsenergie an der Stelle x im Körper, wenn x die Koordinate in Strahlungsrichtung ist

$$\phi(x) = \phi_0 e^{-\mu x}, \quad (7)$$

ϕ_0 Einfallss-Energiestromdichte. Die mittlere Energiestromdichte in einem Körper der Dicke s hat die Größe

$$\phi_m = \frac{1}{s} \int_0^s \phi(x) dx = \phi_0 \frac{(1 - e^{-\mu s})}{\mu s} . \quad (8)$$

Zur Erfassung der Energie-Absorption in der Materie wird ein linearer Absorptionskoeffizient μ_a definiert, der sich aus den Absorptionskoeffizienten der Compton-Streuung, des Photoeffekts und der Paarbildung zusammensetzt. Für Photoeffekt und Paarbildung ist der Absorptionskoeffizient gleich dem Schwächungskoeffizienten, weil hierbei die in Wechselwirkung tretende Strahlungsenergie nahezu vollständig absorbiert wird. Bei der Energieabsorption aus Compton-Zusammenstößen ist hingegen ein Absorptionsquerschnitt σ_a zu verwenden, der kleiner als der totale Wirkungsquerschnitt σ_c der Compton-Streuung ist. Unter Beachtung der für die jeweilige Wechselwirkung verantwortlichen Partner (beim Compton-Effekt die Elektronen, bei Photoeffekt und Paarbildung die Atome) erhalten wir für den linearen Absorptionskoeffizienten

$$\mu_a = \frac{N_A \rho}{A} (Z \sigma_a + \tau + \kappa). \quad (9)$$

In Anlehnung an die Schreibweise der Gl.(6) können wir Gl.(9) auch folgendermaßen ausdrücken

$$\mu_a = \varepsilon \mu_\sigma + \mu_\tau + \mu_\kappa, \quad (10)$$

wobei $\varepsilon = \sigma_a / \sigma_c$.

Bei der Berechnung der Energie-Absorption in Materie verwendet man meist den Massen-Absorptionskoeffizienten μ_{am} , der aus dem linearen Absorptionskoeffizienten (Gl.9 od. 10) durch Division mit der Dichte ρ hervorgeht, also

$$\mu_{am} = \frac{N_A}{A} (Z \sigma_a + \tau + \kappa). \quad (11)$$

Wir sind nun in der Lage, die spezifische Wärmeleistung L in einem Material aufgrund der Absorption von Gamma-Energie anzugeben, wenn uns die Einfalls-Energiestromdichte (auch kurz Flußdichte genannt) und die Energie der Gamma-Strahlung bekannt ist. Die spezifische Wärmeleistung hat die Größe

$$L = \mu_{am} \phi_m, \quad (12)$$

mit ϕ_m entspr. Gl. (8). Die Schwächungs- und Absorptionskoeffi-

zienten von Aluminium sind in Fig. 3 dargestellt, nach /8/.

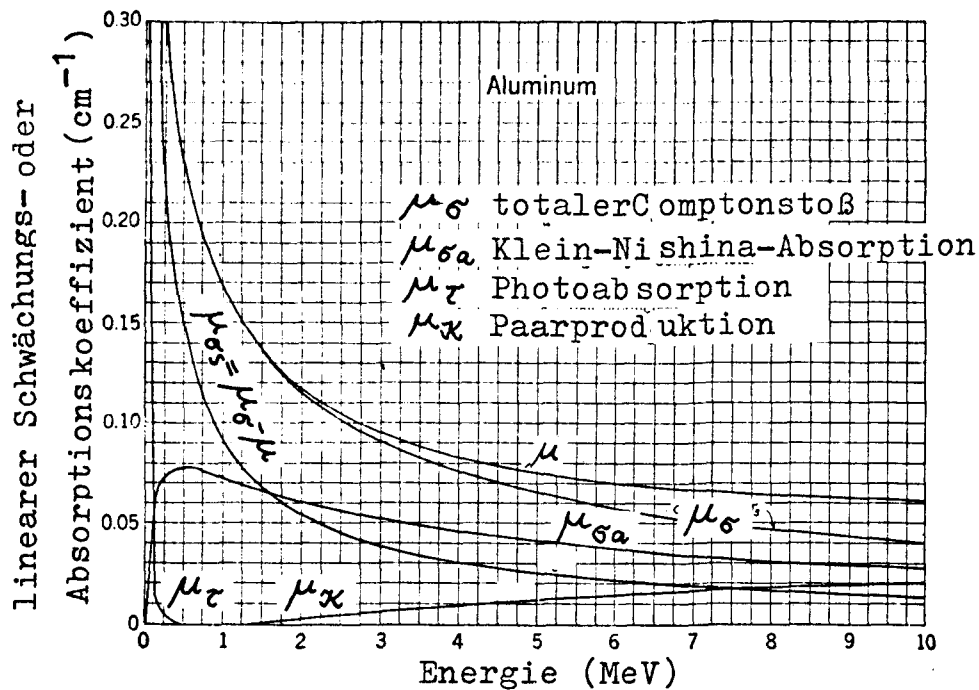


Fig.3 Lineare Schwächungs- und Absorptionskoeffizienten für Gamma-Strahlen-Wechselwirkungen mit Aluminium /8/.

Man kann über Fig.3 durch Umrechnung die entsprechenden Koeffizienten anderer Elemente gewinnen.

Für die Umrechnung des Compton-Koeffizienten gilt (am Beispiel Eisen Fe)

$$\mu_{\sigma \text{ Fe}} = \mu_{\sigma \text{ Al}} \frac{Z_{\text{Fe}} \rho_{\text{Fe}} A_{\text{Al}}}{Z_{\text{Al}} \rho_{\text{Al}} A_{\text{Fe}}} \quad (13)$$

Für den Photo-Effekt gilt

$$\mu_{\tau 1} = \mu_{\tau 2} \frac{\rho_1 A_2}{\rho_2 A_1} \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^n, \quad (14)$$

wobei der Exponent n aus Fig.4 zu entnehmen ist.

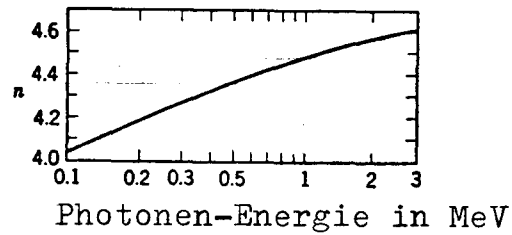


Fig.4 Exponent der Ladungszahl n als Funktion der Photonen-Einfallsenergie /8/

Schließlich gilt für die Umrechnung von einem bekannten Element 2 auf ein Element 1 bei der Paarbildung

$$\mu_{x1} = \mu_{x2} \frac{S_1 A_2}{S_2 A_1} \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 . \quad (15)$$

Aus Fig. 3 ist ersichtlich, daß die verschiedenen Wechselwirkungen sehr von der Einfallsenergie der Strahlung abhängen. Die Einfallsenergie eines Photons ist durch das Produkt aus Planckschem Wirkungsquantum h und der Frequenz der Strahlung ν gegeben, also $E = h\nu$, wobei die Frequenz gleich dem Quotienten aus Lichtgeschwindigkeit c und Wellenlänge λ ist, $\nu = c/\lambda$. Die Gammastrahlung in einem Reaktor ist aus Anteilen verschiedener Wellenlängen, d.h. verschiedener Energien zusammengesetzt. Dieses Spektrum kann berechnet oder auch gemessen werden. Es ist von der Art des Reaktors, seiner Leistung, seiner Belegung mit Brennstoff und Absorbern und dem Ort im Reaktor abhängig.

Es ist üblich, die gesamte Gamma-Energie in sieben Energiegruppen aufzuteilen. Jeder Energiegruppe wird eine effektive Energie zugeordnet, d.h., das kontinuierliche Spektrum wird durch eine Treppenfunktion angenähert /16/. Man findet nun die spezifische Wärmeleistung in einem Körper, indem man für jede Teilenergie den linearen Schwächungskoeffizienten (Gl.6) berechnet, damit die mittlere Flußdichte (Gl.8) bestimmt und sodann den Massenabsorptionskoeffizienten (Gl.11) ermittelt. Gl.(12) liefert uns die zu jeder Teilenergie gehörige spezifische Wärmeleistung $L_{h\nu}$. Die insgesamt im Körper freigesetzte spezifische Wärmeleistung erhält man als Summe aller zu den Teilenergien gehörigen spezifischen Wärmeleistungen, $L_\gamma = \sum L_{h\nu}$.

3 Spezifische Wärmeleistung aus Neutronen-Energie

Beim Einfall von Neutronen in einen Körper treten Wechselwirkungen zwischen Neutronen und Atomkernen in Form von elastischer und inelastischer Streuung auf. Beim elastischen Stoß übernehmen die Gitteratome einen Teil der kinetischen Energie der Neutronen, was zu einer Erwärmung des bestrahlten Körpers führt. Bei der inelastischen Streuung wird die vom Atomkern übernommene Energie als Anregungsenergie behalten. Da sie nur bei hohen Einfallsenergien und schweren Kernen von Bedeutung ist, kann die inelastische Streuung in thermischen Reaktoren (FRJ-1 und FRJ-2) gegenüber der elastischen Streuung vernachlässigt werden /13/.

Der Ablauf eines elastischen Stoßes läßt sich durch die Gesetze der Mechanik beschreiben. Der Energieverlust eines stoßenden Neutrons hängt von der Masse des getroffenen Kerns, der Geschwindigkeit beider Stoßpartner vor dem Stoß und dem Winkel ab, den die Flugbahn der Teilchen mit der Verbindungslinie der Mittelpunkte im Augenblick des Stoßes bildet. Beim zentralen Stoß, wenn beide Linien zusammenfallen, ist offenbar der Energieverlust am größten. Beim streifenden Stoß, bei dem beide Linien aufeinander senkrecht stehen, wird überhaupt keine Energie übertragen. Beim schrägen Stoß liegt der Energieverlust des Neutrons zwischen beiden Extremwerten.

Um den Energieverlust bei einem zentralen Stoß zu berechnen, sei angenommen, das stoßende Neutron habe die Masse m , der gestoßene Kern die Masse M und befinde sich vor dem Stoß in Ruhe. Dann liefert der Energiesatz

$$\frac{1}{2} m w_o^2 = \frac{1}{2} m w^2 + \frac{1}{2} M W^2 \quad (1)$$

$$\text{und} \quad w_o^2 - w^2 = \frac{M}{m} W^2 \quad . \quad (2)$$

Nach dem Impulssatz muß sein

$$mw_0 = mw + MW, \quad (3)$$

$$\text{bzw.} \quad w_0 - w = \frac{M}{m} W. \quad (4)$$

Dividieren wir Gl. (2) durch Gl.(4), erhalten wir

$$w_0 + w = W. \quad (5)$$

Substituieren wir W in Gl.(4) durch diese Beziehung, so folgt für die Geschwindigkeit w des Neutrons nach dem Stoß

$$w = - \frac{M - m}{M + m} w_0. \quad (6)$$

Dann ist die kinetische Energie des Neutrons nach dem Stoß gegeben durch

$$E = \frac{m}{2} \left(\frac{M - m}{M + m} \right)^2 w_0^2 = \left(\frac{M - m}{M + m} \right)^2 E_0. \quad (7)$$

Da die Masse des Atomkerns das A -fache (A Atommasse) der Neutronmasse ist, gilt für das Verhältnis der Neutronenenergien vor bzw. nach dem Stoß (E_0 bzw. E) für den Fall des zentralen Stoßes

$$\frac{E}{E_0} = \left(\frac{A - 1}{A + 1} \right)^2 = \alpha. \quad (8)$$

Man erkennt, daß leichte Kerne dem stoßenden Neutron mehr Energie entziehen als schwere Kerne.

Da nur sehr wenig zentrale Stöße erfolgen, wird im Mittel weniger Energie übertragen, als Gl. (8) angibt. Das mittlere Verhältnis der Energien vor und nach dem Stoß ist gegeben durch

$$\overline{\left(\frac{E}{E_0} \right)} = \frac{1 + \alpha}{2}, \quad (9)$$

d.h., im Mittel verliert ein Neutron bei jedem Stoß etwa die Hälfte der Energie, die maximal übertragen werden kann.

Die Wahrscheinlichkeit für einen Stoß zwischen einem Neutron und einem Kern wird durch den Streuquerschnitt für elastische Streu-

ung σ_{se} ausgedrückt. Formeln zur analytischen Bestimmung dieser Größe findet man, ebenso wie berechnete Werte, in der Literatur /17, 18/. In einer Volumeneinheit eines Körpers der Atommasse A wird dann die Gesamtsumme aller Streuquerschnitte gleich

$$\Sigma_{se} = \sigma_{se} N_A \varrho / A , \quad (10)$$

makroskopischer Streuquerschnitt genannt. Der Kehrwert davon ist die mittlere freie Weglänge eines Neutrons im Körper $\lambda_s = 1/\Sigma_{se}$.

Wenn wir die Einfallsrichtung der Neutronen als x-Koordinate auffassen, so ist die mittlere freie Weglänge aufgrund der bei den Stößen auftretenden Richtungsänderungen bezogen auf die x-Achse nur gleich $\lambda_s \cos \vartheta$ mit ϑ als Streuwinkel. Bei Betrachtung des Neutronendurchgangs in x-Richtung erfassen wir die aus den Ablenkungen resultierende Änderung der mittleren freien Weglänge durch Einführen einer Korrektur. Die effektive mittlere freie Weglänge hat dann die Größe

$$\lambda_{eff} = \frac{2}{3} \lambda_s . \quad (12)$$

Die Zahl der Stöße, die ein Neutron beim Durchgang durch einen Körper mit dessen Atomkernen erleidet, folgt daraus (Körperdicke in x-Richtung sei s)

$$C = s / (\frac{2}{3} \lambda_s) = \frac{3}{2} s \Sigma_{se} . \quad (13)$$

Die Abbremsung verläuft bei jedem Neutron anders. Die durch einen Stoß übertragene Energie schwankt von Stoß zu Stoß. Bei einer genügenden Anzahl von Stößen läßt sich die Wirkung eines Stoßes durch einen geeigneten Mittelwert ξ beschreiben, der als mittlerer logarithmischer Energieverlust definiert ist. Mithilfe von Gl.(9) erhalten wir

$$\xi = \overline{\ln(E_0/E)} = 1 + \alpha \ln(\alpha)/(1 - \alpha) . \quad (14)$$

Beim Durchgang durch einen Körper der Dicke s , in dem C Stöße stattfinden, wird die Einfallsenergie E_α eines Neutrons auf die Austrittsenergie E_ω vermindert entsprechend

$$\ln (E_{\alpha}/E_{\omega}) = C \xi \quad . \quad (15)$$

Die Differenz zwischen beiden Energien ist die, die im Körper verbleibt und zu dessen Erwärmung führt

$$\Delta E = E_{\alpha} - E_{\omega} , \quad (16)$$

oder, weil aus Gl.(15) folgt $E_{\omega} = E_{\alpha} e^{-C\xi}$,

$$\Delta E = E_{\alpha} (1 - e^{-C\xi}) \quad . \quad (16a)$$

Die spezifische Wärmeleistung aufgrund von elastischer Streuung von Neutronen (Moderationseffekt) folgt daraus mit

$$L_{ne} = \phi (\Delta E) A / (\xi V) = (\Delta E) \phi / (\xi s), \quad (17)$$

V = As Probenvolumen, A der Strahlung zugewandte Oberfläche. Für eine möglichst genaue Rechnung wird man das Neutronenspektrum in Energiegruppen einteilen, ähnlich wie im vorigen Kapitel die Gammaspektren, und die spezifische Wärmeleistung L mittels Gl.(17) für jede Energiegruppe gesondert berechnen. Durch Aufsummieren der Teilbeträge erhält man dann die gesamte spezifische Wärmeleistung aufgrund von Neutronenstreuprozessen. In der Praxis genügt es meist, die Rechnung allein für die Gruppe der schnellen Neutronen (Neutronen mit einer Energie größer als 1 MeV) durchzuführen. Die thermische und die epithermische Gruppe sind zu energiearm, um eine bemerkenswerte Aufheizung zu verursachen. Als mittlere Energie wird den schnellen Neutronen ein Wert $E_{\alpha} = 1,5$ MeV zugeordnet.

Die Verteilung der schnellen Neutronenflußdichten in den Jülicher Reaktoren ist durch Messungen mit Co 58- und Sc 46-Sonden gemessen worden /19/. Sie kann im Prinzip auch berechnet werden.

4 Spezifische Wärmeleistung durch Beta-Zerfälle

Bei Bestrahlung mit Neutronen finden in der Materie Kernreaktionen statt, bei denen radioaktive Nuklide entstehen. Beim Zerfall von Radionukliden werden neben Photonen auch Elektronen und Positronen (Beta-Zerfall) ausgesandt. Die Energie der Beta-Strahlung bleibt wegen deren geringer Reichweite im bestrahlten Körper und führt zu dessen Erwärmung.

Die Zerfälle pro Masse und Zeit werden als spezifische Aktivität A_s bezeichnet. Bei der Bestrahlung im Reaktor nimmt sie mit der Bestrahlungszeit T entsprechend der Funktion zu

$$A_s(T) = \phi \sigma \frac{N_A}{A} (1 - e^{-\lambda T}), \quad (1)$$

ϕ Neutronenflußdichte, σ mikroskopischer Wirkungsquerschnitt, N_A Avogadro-Konstante, A Atommasse des Anfangsnuklids, λ Zerfallskonstante des entstandenen Radionuklids.

Die spezifische Aktivität klingt nach der Bestrahlung mit der Zeit t ab entsprechend

$$A_s(t) = A_s(T) e^{-\lambda t}. \quad (2)$$

Bei einem Nuklid können auch mehrere Reaktionen mit Neutronen auftreten. So bilden sich aus Al 27 durch n, γ -Prozesse Mg 27 und durch n, α -Prozesse Na 24. Die Gesamtaktivität des entstehenden Isotopengemischs erhält man durch Aufsummieren der spezifischen Aktivitäten der drei Prozesse und Multiplizieren dieser Summe mit der bestrahlten Al-Masse. Aktivierungsberechnungen werden meist unter Zuhilfenahme vorbereiteter Tabellen durchgeführt /15/.

Die spezifische Wärmeleistung aus Beta-Zerfällen erhalten wir nun als Produkt aus spezifischer Aktivität und der β -Strahlungsenergie, die pro Zerfall freigesetzt wird.

Wir finden in Tabellen /20/ die maximalen Energien pro Zerfall, E_{\max} , und die Wahrscheinlichkeit für ihr Auftreten W (meist in Prozent) angegeben. Die effektive Energie folgt daraus mit

$$E_{\text{eff}} = \frac{1}{3} \sum_i E_{\beta,i,\max} W_i \quad (3)$$

und die spezifische Wärmeleistung mit

$$L_{\beta} = A_s E_{\text{eff}}. \quad (4)$$

Für die Abkömmlinge von Al 27 findet man z.B. folgende maximalen Energien und Wahrscheinlichkeiten /20/

Nuklid	E_{\max}	W
Al 28	2,85 MeV	1
Mg 27	1,75	1
Na 24	1,39	1 .

Literatur

- /1/ Harper, D.R., W.B. Brown: Mathematical Equations for Heat Conduction in the Fins of Air-cooled Engines, Report No. 158 National Advisory Committee for Aeronautics, Washington 1923
- /2/ Schmidt, E.: Die Wärmeübertragung durch Rippen, ZVDI Bd. 70, Nr. 26, 1926.
- /3/ Hausen, H.: Wärmeübertragung durch Rippenrohre, ZVDI-Beiheft 1940 Nr. 2
- /4/ Iwanow, W.L.: Berechnung des Wärmeübergangs an einer berippten Oberfläche, Izvestia VUZ Maschinostrojenie, 1963, S. 174 - 183)
- /5/ Ghai, M.L.: Heat Transfer in Straight Fins; Proc. of the Gen. Disc. on Heat Transfer; Inst. of Mech. Engrs., London 1951, S. 107/109
- /6/ Straub, D., A. Schaber, H. Giesen: Temperaturverteilung und Rippenwirkungsgrad bei veränderlicher Wärmeübergangszahl, Kältetechnik, 18. Jg. Heft 2/1966
- /7/ Lindackers, K.: Praktische Durchführung von Abschirmungsberechnungen, Verlag Thiemig München.
- /8/ Evans, R.D.: The Atomic Nucleus, Mc Graw-Hill New York (1955)
- /9/ Riezler-Walcher, Kerntechnik, B.G. Teubner Stuttgart (1958)
- /10/ Grotenhuis, M.: Lecture Notes on Reactor Shielding, ANL-6000 (1959)
- /11/ Rockwell, Th.: Reactor Shielding Design Manual, MacMillan Lt. London (1959)
- /12/ Goldstein, H.: Fundamental Aspects of Reactor Shielding, Adison-Wesley Publ. Comp., Massachusetts (1959)
- /13/ Fassbender, J.: Einführung in die Reaktorphysik, Thiemig München (1967)

- /14/ Sekkal, M. und E. Graudus: Eine Zusammenstellung zur Berechnung der Aktivierung und Abschirmung, ZIR-Bericht 67/3 (1967)
- /15/ Baumgärtner, F.: Tabelle zur Neutronenaktivierung, Thiemig München (1967)
- /16/ Sekkal, M. und E. Graudus: Eine Zusammenstellung der Gammaflüsse, Gamma-Dosisleistung und Gamma-Aufheizraten im FRJ-2 und FRJ-1; Interner ZIR-Bericht (KFA Jülich) 68/3 (1968)
- /17/ Landolt-Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen, 1. Bd. 5. Teil "Atomkerne", Springer, S.269 (1952)
- /18/ Reactor Physics Constants, ANL-5800 (1963)
- /19/ Borchardt, G., K. Schmidt u. W. Schneider: Ergebnisse der Anfahrmessungen am Reaktor FRJ-2 nach Leistungserhöhung auf 15 MW, Interner ZIR-Bericht (KFA Jülich) Nov. 1968
- /20/ Lederer, Table of Isotopes, John Wiley & Sons, New York (1968)
- /21/ Wiegandt, M.: Messung der Strahlungsaufheizung von Materialien im Kernreaktor mittels eines differentiellen Kalorimeters (Geesthacht), Dipl. Arbeit, Universität Hamburg (1966)
- /22/ Leyers, H.J.: Die Neutronen- und Gamma-Aufheizung in Experimentierkanälen des Reaktors FRJ-2 (Jülich), Nukleonik 7. Bd., H.6 (1965)
- /23/ Pollermann, M.: Die Ionisationskammer, Kerntechnik 9. Jg. H.5 (1967)
- /24/ Schmidt, K.: ZIR-Arbeitsbericht (KFA Jülich) Nr. LV 21/1 (1965)
- /25/ Kosdoba, L.: Solution of direct, reverse, inverse and inductive problems on network electrical models, Rep. 1.1.2 des Beuken-Modell-Sympos. 1969 in Maastricht

- /26/ Callinan, I.P., Berggrew, W.P.: Some Radiator Design Criteria for Space Vehicles. Journ. Heat Transfer ASME Series C, Vol.81 (1959)
- /27/ Stelzer, F.: Ein Hochtemperatur-CO₂-Loop zur Untersuchung des Massentransports an Graphitproben im Reaktor FRJ-2, Euratom-Paper EUR/C/1431/67e (1967)
- /28/ Doose, C.: Tieftemperaturanlagen der Kernforschungsanlage Jülich, Dechema-Monographien, Bd.58
- /29/ Abbildung aus M. Pollermann, Bauelemente der physikalischen Technik, 2. Aufl., Springer, Berlin, Göttingen, Heidelberg (in Vorbereitung)